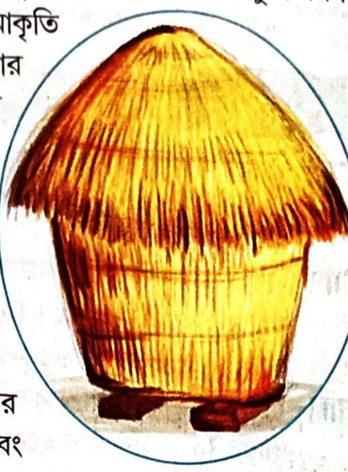
বিভিন্ন ঘনবস্তু সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যা 21
(Problems Related to Different Solid Objects)

দৈনন্দিন জীবনে ব্যবহৃত ঘনবস্তুসমূহের মধ্যে এমন কতকগুলি ঘনবস্তু লক্ষ করা যায় যেগুলির আকৃতি একাধিক ঘনবস্তুর মিশ্রণে আকার ধারণ করে। এ ছাড়া প্রয়োজনের তাগিদে বিভিন্নভাবে একটি ঘনবস্তুর আকারকে অন্য ঘনবস্তুর আকারে রূপান্তরিত করতে হয়। এই সমস্ত বাস্তব সমস্যাই বর্তমান অধ্যায়ের মূল আলোচ্য বিষয়। যেমন— কৃষকদের ব্যবহৃত ধানের মরাই-এর নীচের অংশ লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি এবং উপরের অংশ শঙ্কু আকৃতির।



বাড়ি তৈরির ক্ষেত্রে অনেকসময় লম্ব বৃত্তাকার পিলার থেকে সমকোণী চৌপল আকৃতির পিলারে পরিবর্তন আবার একটি আয়তঘন আকৃতির বাক্স থেকে ঘনক আকৃতির বাক্সে পরিবর্তন ইত্যাদি হল ঘনবস্তু সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যার উদাহরণ। প্রধানত ঘনবস্তুসমূহের মাত্রাগুলির উপর নির্ভর করে প্রত্যেকটির স্বতন্ত্র সূত্র প্রয়োগের মাধ্যমে বস্তুগুলির রূপান্তর এবং বাস্তব জীবনে ব্যবহারের উপযোগী করে তোলাই এই অধ্যায়ের মূল উদ্দেশ্য।

এই অধ্যায়ে আমরা পূর্বে আলোচিত বিভিন্ন ঘনবস্তু যেমন— (i) সমকোণী চৌপল বা আয়তঘন, (ii) ঘনক, (iii) লম্ব বৃত্তাকার চোঙ, (iv) লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু, (v) গোলক-এর মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করব।

সূত্রাবলি

সমকোণী চৌপল বা আয়তঘন : সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a একক, b একক এবং c একক হলে—

(i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গএকক

(ii) আয়তন $= abc$ ঘনএকক

(iii) কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

ঘনক : ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে—

(i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গএকক

(ii) আয়তন $= a^3$ ঘনএকক

(iii) কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{3}a$ একক

লম্ব বৃত্তাকার চোঙ :

নিরেট চোঙ : লম্ব বৃত্তাকার নিরেট চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক হলে—

(i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গএকক

(ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গএকক

(iii) আয়তন $= \pi r^2h$ ঘনএকক

ফাঁপা চোঙ : ফাঁপা চোঙের বহির্ব্যাসার্ধ = R একক, অন্তঃব্যাসার্ধ = r একক এবং উচ্চতা = h একক হলে,

(i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= বাইরের বক্রতল ও ভেতরের বক্রতলের মোট ক্ষেত্রফল

$= (2\pi Rh + 2\pi rh)$ বর্গএকক $= 2\pi h(R + r)$ বর্গএকক

(ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভেতরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + প্রান্ততল দুটির ক্ষেত্রফল

$= [2\pi Rh + 2\pi rh + 2\pi(R^2 - r^2)]$ বর্গএকক

$= 2\pi(R + r)(R - r + h)$ বর্গএকক

(iii) আয়তন $= \pi(R^2 - r^2)h$ ঘনএকক

গোলক :

নিরেট গোলক : নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে—

(i) বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গএকক

(ii) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

ফাঁপা গোলক : ফাঁপা গোলকের বহির্ব্যাসার্ধ = R একক এবং অন্তঃব্যাসার্ধ = r একক হলে—

(i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi(R^2 + r^2)$ বর্গএকক

(ii) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ ঘনএকক

অর্ধগোলক : অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে—

(i) বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r^2$ বর্গএকক

(ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 3\pi r^2$ বর্গএকক

(iii) আয়তন $= \frac{2}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু : লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ = r একক, লম্ব উচ্চতা = h একক এবং তির্যক উচ্চতা = l একক হলে—

(i) তির্যক উচ্চতা $= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

(ii) বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= \pi rl$ বর্গএকক

(iii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$ বর্গএকক

(iv) ঘনফল $= \frac{1}{3}\pi r^2h$ ঘনএকক

KNOWLEDGE Clip

নীচের কোন্‌টি ঠিক? 4^{4^4} এবং $(4^4)^4$-এর অন্তর—

(a) $4^{16}(4^{256} - 1)$ (b) $4^{16}(4^{16} - 1)$

(c) $4^{16}(4^{240} - 1)$ (d) $4^{16}(4^{64} - 1)$

c

প্রয়োগ

সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-2)

1 **28 সেমি প্রান্তবিশিষ্ট একটি ঘনক থেকে সর্ববৃহৎ যে লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুটি পাওয়া যায় তার আয়তন কত?**

সমাধান 28 সেমি প্রান্তবিশিষ্ট ঘনক থেকে সর্ববৃহৎ যে লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুটি পাওয়া যাবে তার ভূমিতলের ব্যাস = 28 সেমি

∴ ভূমিতলের ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{28}{2}$ সেমি = 14 সেমি এবং উচ্চতা (h) = 28 সেমি

∴ লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুটির আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2h$ ঘনসেমি

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 28$ ঘনসেমি

$= \frac{17248}{3}$ ঘনসেমি $= 5749\frac{1}{3}$ ঘনসেমি

2 **16 সেমি ব্যাসের আংশিক জলপূর্ণ একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভেতর 6 সেমি ব্যাসের কটি গোলক ফেললে জলতল 9 সেমি উপরে উঠে আসবে?** *[Madhyamik '00]*

সমাধান প্রতিটি গোলকের ব্যাসার্ধ = $\frac{6}{2}$ সেমি = 3 সেমি

সুতরাং, প্রতিটি গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(3)^3$ ঘনসেমি

মনে করি, চোঙের ভেতরে n সংখ্যক গোলক ফেললে চোঙের জল 9 সেমি উপরে ওঠে।

সুতরাং, n সংখ্যক গোলকের আয়তন = $n \times \frac{4}{3}\pi(3)^3$ ঘনসেমি

এবং চোঙের আয়তন = $\pi \times (8)^2 \times 9$ ঘনসেমি

[∵ চোঙের ব্যাসার্ধ = $\frac{16}{2}$ সেমি = 8 সেমি]

প্রশ্নানুসারে, $n \times \frac{4}{3} \times \pi \times (3)^3 = \pi \times (8)^2 \times 9$

বা, $n = \frac{8 \times 8 \times 9 \times 3}{4 \times 3 \times 3 \times 3} = 16$

∴ 16টি গোলক ফেলতে হবে।

3 **10 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট লোহার বল গলিয়ে 2 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কতগুলি নিরেট বল তৈরি করা যাবে?**

সমাধান মনে করি, n সংখ্যক নিরেট বল তৈরি করা যাবে।

প্রশ্নানুসারে, $n \times \frac{4}{3}\pi \times (2)^3 = \frac{4}{3}\pi \times (10)^3$

বা, $n = \frac{10 \times 10 \times 10}{2 \times 2 \times 2} = 125$

∴ 125টি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে।

4 **6 সেমি বাহুবিশিষ্ট ঘনকাকৃতি বাক্সে সর্ববৃহৎ যে গোলকটি রাখা যায় তার ঘনফল নির্ণয় করো।** *[Jalpaiguri Zilla School '17]*

সমাধান এক্ষেত্রে, গোলকটির ব্যাসার্ধ = $\frac{\text{ঘনকাকৃতি বাক্সের বাহুর দৈর্ঘ্য}}{2}$

$= \frac{6}{2}$ সেমি = 3 সেমি

সুতরাং, সর্ববৃহৎ যে গোলকটি রাখা যায় তার ঘনফল

$= \frac{4}{3}\pi(3^3)$ ঘনসেমি $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 27$ ঘনসেমি

$= \frac{792}{7}$ ঘনসেমি $= 113\frac{1}{7}$ ঘনসেমি

5 **একটি গোলকের ঘনফল $\frac{32\pi r^3}{3}$ ঘনএকক। গোলকটি একটি ঘনকে অন্তর্লিখিত। ঘনক ও গোলকের আয়তনের অনুপাত কত?**

সমাধান ধরি, গোলকের ব্যাসার্ধ = R একক

∴ $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi r^3}{3}$ বা, $R^3 = 8r^3 = (2r)^3$ বা, R = 2r

গোলকটি একটি ঘনকে অন্তর্লিখিত হওয়ায়, ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 × গোলকের ব্যাসার্ধ = 2 × 2r একক = 4r একক

সুতরাং, ঘনক ও গোলকের আয়তনের অনুপাত

$= (4r)^3 : \frac{4}{3}\pi R^3 = (4r)^3 : \frac{4}{3}\pi(2r)^3 = 64r^3 : \frac{4}{3}\pi 8r^3$

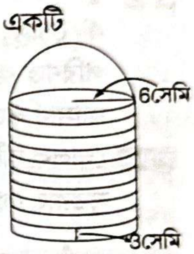
$= 2 : \frac{\pi}{3} = 6 : \pi$

∴ ঘনক ও গোলকের আয়তনের অনুপাত 6 : π।

6 **3 সেমি পুরু 10 টি গোলাকার প্লেট একে ওপরের ওপর সাজানো আছে। এর উপর 6 সেমি ব্যাসার্ধের একটি অর্ধগোলক চাপানো হয়েছে। এর ফলে গঠিত ঘনবস্তুর আয়তন কত?**

সমাধান 10 টি গোলাকার প্লেট পরপর সজ্জিত হয়ে একটি লম্ববৃত্তাকার চোঙ তৈরি করে যার উচ্চতা = (10 × 3) সেমি = 30 সেমি

চোঙের গোলাকার ভূমিতলের ব্যাসার্ধ = 6 সেমি



∴ চোঙের আয়তন = $\pi(6)^2 \times 30$ ঘনসেমি

= 1080 π ঘনসেমি

অর্ধগোলকের আয়তন = $\frac{2}{3}\pi(6)^3$ ঘনসেমি = 144π ঘনসেমি

∴ ঘনবস্তুর আয়তন = চোঙের আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

= (1080π + 144π) ঘনসেমি

= 1224π ঘনসেমি

7 **একটি ঘনকের আয়তন $8a^3$ ঘনএকক। একটি গোলকের ব্যাস ঘনকের উচ্চতার সমান। গোলকটির আয়তন নির্ণয় করো।** *[Sakhawat Memorial Govt Girls' High School '17]*

সমাধান ঘনকের আয়তন = $8a^3$ ঘনএকক = $(2a)^3$ ঘনএকক

∴ ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 2a একক

∴ গোলকের ব্যাস = ঘনকের উচ্চতা = 2a একক

∴ গোলকের ব্যাসার্ধ = $\frac{2a}{2}$ একক = a একক

∴ গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi a^3$ ঘনএকক

8 **12 সেমি ব্যাসের একটি লৌহ গোলককে 24 সেমি ব্যাসের একটি বেলনাকৃতি জলপাত্রে ডোবানো হল। পাত্রের জলতলের উচ্চতা কতটা বৃদ্ধি পেল নির্ণয় করো।** *[JEXPO '04]*

সমাধান ধরি, পাত্রের জলতলের উচ্চতা x সেমি বৃদ্ধি পেল।

লৌহ গোলকের ব্যাসার্ধ = $\frac{12}{2}$ সেমি = 6 সেমি এবং

বেলনাকৃতি জলপাত্রের ব্যাসার্ধ = $\frac{24}{2}$ সেমি = 12 সেমি

সুতরাং, $\pi \times (12)^2 \times x = \frac{4}{3} \times \pi \times (6)^3$

বা, $x = \frac{4}{3} \times \frac{6 \times 6 \times 6}{12 \times 12} = 2$

∴ পাত্রে জলতলের উচ্চতা 2 সেমি বৃদ্ধি পেল।

9 12 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার বালতিতে জলের গভীরতা 20 সেমি। একটি লৌহ গোলক ওই বালতিতে ফেলে দেওয়া হল এবং জলতলের উচ্চতা 6.75 সেমি বৃদ্ধি পেল। ওই লৌহ গোলকটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। *[JEXPO '02]*

সমাধান লম্ব বৃত্তাকার বালতির ব্যাসার্ধ = 12 সেমি
এবং গভীরতা = 20 সেমি
ধরি, লৌহ গোলকটির ব্যাসার্ধ = r সেমি এবং
জলতলের উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 6.75 সেমি

∴ বৃদ্ধিপ্রাপ্ত জলের পরিমাণ = $\pi \times (12)^2 \times 6.75$ ঘনসেমি
গোলকটির আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি
প্রশ্নানুসারে, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi \times (12)^2 \times 6.75$

বা, $r^3 = \frac{12 \times 12 \times 6.75 \times 3}{4} = \frac{3 \times 12 \times 675 \times 3}{100}$

বা, $r^3 = 3^3 \times 3^3$ বা, $r = 3 \times 3 = 9$

∴ লৌহ গোলকটির ব্যাসার্ধ 9 সেমি।

10 দুটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 2 সেমি এবং 4 সেমি। গোলক দুটিকে গলিয়ে লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুতে পরিণত করা হল যার উচ্চতা 8 সেমি। লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ব্যাসার্ধ কত? *[ICSE '15]*

সমাধান গোলক দুটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 2 সেমি এবং 4 সেমি।
সুতরাং, গোলক দুটির আয়তন = $\left(\frac{4}{3}\pi.2^3 + \frac{4}{3}\pi.4^3\right)$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3}\pi(2^3 + 4^3)$ ঘনসেমি $= \frac{4}{3}\pi(8 + 64)$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3}\pi \times 72$ ঘনসেমি $= 96\pi$ ঘনসেমি

ধরি, লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুটির ব্যাসার্ধ = r সেমি এবং
উচ্চতা = 8 সেমি

∴ শঙ্কুটির আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 \times 8$ ঘনসেমি
প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{3}\pi r^2 \times 8 = 96\pi$

বা, $r^2 = \frac{96 \times 3}{8} = 12 \times 3 = 4 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

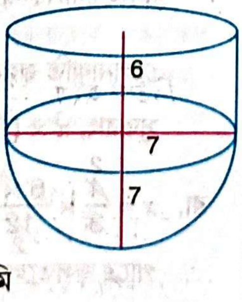
বা, $r = 2 \times 3 = 6$

∴ লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুটির ব্যাসার্ধ = 6 সেমি

11 একটি ফাঁপা অর্ধগোলাকৃতি পাত্রের উপর ফাঁপা একটি চোঙাকৃতি পাত্র বসানো হল। অর্ধগোলাকৃতি পাত্রটির ব্যাস 14 সেমি এবং পাত্রটির সমগ্র উচ্চতা 13 সেমি হলে, পাত্রটির ভিতরের অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধান ফাঁপা অর্ধগোলাকৃতি পাত্রের ব্যাসার্ধ = $\frac{14}{2}$ সেমি = 7 সেমি

∴ চোঙাকৃতি অংশের ব্যাসার্ধ = 7 সেমি
এবং উচ্চতা = (13 – 7) সেমি = 6 সেমি
এখন পাত্রটির ভিতরের অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল
= অর্ধগোলাকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + চোঙাকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল



$= (2\pi.7^2 + 2\pi \times 7 \times 6)$ বর্গসেমি

$= 2\pi \times 7(7 + 6)$ বর্গসেমি

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 13$ বর্গসেমি

$= 44 \times 13$ বর্গসেমি = 572 বর্গসেমি

12 V_1, V_2, V_3 যথাক্রমে একটি শঙ্কু, একটি অর্ধগোলক এবং একটি চোঙের আয়তন, যাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য এবং উচ্চতা সমান। তাহলে দেখাও যে, $\frac{V_1}{1} = \frac{V_2}{2} = \frac{V_3}{3}$

[Nawab Bahadur's Institution '17]

সমাধান ধরি, একটি শঙ্কু, একটি অর্ধগোলক এবং একটি চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = r একক
যেহেতু, প্রত্যেকের উচ্চতা সমান তাই, শঙ্কুর উচ্চতা = চোঙের উচ্চতা = অর্ধগোলকের উচ্চতা = r একক

∴ $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2.r$ ঘনএকক, $V_2 = \frac{2}{3}\pi r^3$ ঘনএকক এবং
$V_3 = \pi r^2.r$ ঘনএকক

∴ $\frac{V_1}{1} = \frac{\pi r^3}{3}, \frac{V_2}{2} = \frac{\pi r^3}{3}, \frac{V_3}{3} = \frac{\pi r^3}{3}$

∴ $\frac{V_1}{1} = \frac{V_2}{2} = \frac{V_3}{3}$ (প্রমাণিত)

13 একটি গোলকের ব্যাসার্ধ R; একটি বৃত্তীয় চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং তার দৈর্ঘ্য গোলকের ব্যাসের $\frac{2}{3}$-এর সমান। গোলক ও চোঙটির ঘনফল সমান হলে, r ও R-এর মধ্যে সম্পর্কটি লেখো।

সমাধান বৃত্তীয় চোঙের দৈর্ঘ্য = বৃত্তীয় চোঙের উচ্চতা
$= \frac{2}{3} \times$ গোলকের ব্যাস $= \frac{2}{3} \times 2R$ একক
প্রশ্নানুসারে, গোলকের আয়তন = চোঙের আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi R^3 = \pi r^2.\left(\frac{2}{3} \times 2R\right)$

বা, $R^3 = r^2R$ বা, $R^2 = r^2$ বা, $R = r$ $[R, r > 0]$

∴ r ও R -এর মধ্যে সম্পর্কটি হল R = r।

14 একটি গুদাম শস্য রাখার জন্য ব্যবহৃত হয়। আয়তঘনাকৃতি গুদাম ঘরটির উপরের অংশ অর্ধচোঙাকৃতি। গুদাম ঘরটির ভূমি 6 মিটার × 14 মিটার এবং উচ্চতা 8 মিটার। গুদাম ঘরটির আয়তঘনাকৃতি অংশ ব্যতীত বাকি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত? *[CBSE '15]*

সমাধান এখানে,আয়তঘনাকৃতি অংশ বাদে বাকি অংশ হল অর্ধচোঙাকৃতি যার ব্যাসার্ধ = $\frac{6}{2}$ মিটার = 3 মিটার এবং উচ্চতা = 14 মিটার।
সুতরাং, গুদাম ঘরটির আয়তঘনাকৃতি অংশ ব্যতীত বাকি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

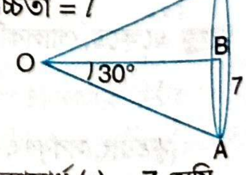
$= \frac{2\pi \times 3 \times 14}{2}$ বর্গমিটার

$= \frac{22}{7} \times 3 \times 14$ বর্গমিটার

= 132 বর্গমিটার

15 একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ব্যাসার্ধ 7 সেমি এবং শীর্ষকোণ 60° হলে, শঙ্কুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত হবে?

সমাধান ধরি, লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুটির তির্যক উচ্চতা = l



চিত্রানুযায়ী, $\sin 30° = \frac{AB}{OA} = \frac{7}{l}$

বা, $\frac{1}{2} = \frac{7}{l}$ বা, $l = 14$

∴ তির্যক উচ্চতা (l) = 14 সেমি এবং ব্যাসার্ধ (r) = 7 সেমি
সুতরাং, শঙ্কুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\pi r l$ বর্গসেমি

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 14$ বর্গসেমি = 308 বর্গসেমি

দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-4)

16 সমবেধের একটি ফাঁপা চোঙাকৃতি পাইপ তৈরি করতে 6 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকাকার নিরেট লোহার বল গলানো হয়। পাইপটির দৈর্ঘ্য 18 সেমি এবং বহির্ব্যাস 10 সেমি হলে, পাইপটির বেধ কত? *[Madhyamik '08]*

সমাধান ধরি, পাইপটির অন্তঃব্যাস = r সেমি

∴ ফাঁপা চোঙাকৃতি পাইপটির আয়তন

$= \pi\left\{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2\right\} \times 18$ ঘনসেমি

আবার, নিরেট লোহার বলের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi \times 6^3$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুসারে, $\pi\left\{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2\right\} \times 18 = \frac{4}{3}\pi \times 6^3$

বা, $\frac{100 - r^2}{4} = \frac{4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 18}$

বা, $100 - r^2 = \frac{4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 18} = 64$

বা, $r^2 = 100 - 64 = 36 = 6^2$ বা, r = 6

∴ অন্তঃব্যাস = 6 সেমি

∴ পাইপটির বেধ $= \left(\frac{10}{2} - \frac{6}{2}\right)$ সেমি = (5 – 3) সেমি = 2 সেমি

17 20 সেমি উচ্চতার একটি ফাঁপা চোঙের বহির্ব্যাসার্ধ এবং অন্তঃব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5 সেমি এবং 4 সেমি। চোঙটিকে গলিয়ে একটি নিরেট শঙ্কু তৈরি করা হল যার উচ্চতা, চোঙটির উচ্চতার $\frac{1}{3}$ অংশ। নিরেট শঙ্কুটির ভূমির ব্যাস কত? *[Madhyamik '04]*

সমাধান ধরি, নিরেট শঙ্কুটির ভূমির ব্যাসার্ধ = r সেমি

নিরেট শঙ্কুর উচ্চতা $= \frac{1}{3} \times$ চোঙের উচ্চতা $= \frac{1}{3} \times 20$ সেমি

∴ শঙ্কুটির আয়তন $= \frac{1}{3}\pi.r^2.\left(\frac{1}{3} \times 20\right)$ ঘনসেমি

ফাঁপা চোঙের আয়তন $= \pi\{5^2 - 4^2\} \times 20$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{3}\pi.r^2.\left(\frac{1}{3} \times 20\right) = \pi\{5^2 - 4^2\} \times 20$

বা, $r^2 = \frac{(25 - 16) \times 20 \times 3 \times 3}{20} = 9 \times 3 \times 3 = 3^2 \times 3^2$

∴ r = 3 × 3 = 9 বা, 2r = 9 × 2 = 18

∴ নিরেট শঙ্কুটির ভূমির ব্যাস 18 সেমি।

18 12 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট চোঙাকৃতি পাত্র আংশিক জলপূর্ণ আছে। একটি কঠিন গোলাকৃতি বল ওই পাত্রে ডোবানোয় জলের স্তর 1 সেমি উঠলে, বলের ব্যাস কত? *[Madhyamik '14, '06, '02]*

সমাধান মনে করি, গোলাকৃতি বলটির ব্যাসার্ধ = r সেমি

সুতরাং, বলটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

এখন, চোঙাকৃতি পাত্রের ব্যাসার্ধ $= \frac{12}{2}$ সেমি = 6 সেমি

প্রশ্নানুসারে,

কঠিন গোলাকৃতি বলের আয়তন = বর্ধিত জলস্তম্ভের আয়তন

বা, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi \times 6^2 \times 1$

বা, $r^3 = \frac{6^2 \times 3}{4} = \frac{6 \times 6 \times 3}{4} = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$.

বা, r = 3 বা, 2r = 2 × 3 = 6

∴ বলটির ব্যাস 6 সেমি।

19 একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি ড্রামে কিছু জল আছে। 32 সেমি ভূমির ব্যাস এবং 40 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট 3টি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু আকৃতির লোহার টুকরো ওই জলে সম্পূর্ণ ডোবানোর ফলে ড্রামে জলতল 12.8 সেমি উপরে উঠে এল। ড্রামটির ব্যাস নির্ণয় করো। *[Madhyamik '05]*

সমাধান লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ $= \frac{32}{2}$ সেমি = 16 সেমি

এবং উচ্চতা = 40 সেমি

∴ প্রতিটি শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3}\pi.(16)^2.40$ ঘনসেমি

ধরি, ড্রামটির ব্যাসার্ধ = r সেমি

প্রশ্নানুসারে,

3টি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তন = বর্ধিত জলস্তম্ভের আয়তন

$3 \times \frac{1}{3}\pi \times (16)^2 \times 40 = \pi \times r^2 \times (12.8)$

বা, $r^2 = \frac{16 \times 16 \times 40}{12.8} = \frac{16 \times 16 \times 40 \times 10}{128}$

$= 2 \times 40 \times 10 = (20\sqrt{2})^2$

∴ $r = 20\sqrt{2}$ বা, $2r = 2 \times 20\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$

∴ ড্রামটির ব্যাস $40\sqrt{2}$ সেমি।

20 12 সেমি উচ্চতা ও 5 সেমি ব্যাসার্ধের একটি ওলটানো শঙ্কুর মধ্যে একটি গোলক রাখা আছে। যদি গোলকের সর্বোচ্চ বিন্দুটি শঙ্কুর সমতলকে স্পর্শ করে, তবে গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

দেখাও যে, গোলকের ঘনফল : শঙ্কুর ঘনফল = 40 : 81

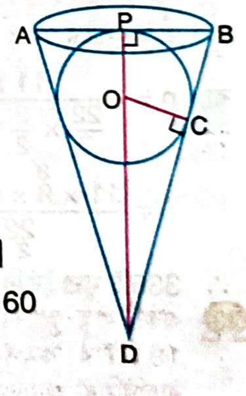
[Katwa Kashiram Das Institution '16]

সমাধান *প্রথম অংশ :* মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ = r সেমি

চিত্রে, PB = 5 সেমি, PD = 12 সেমি

∴ তির্যক উচ্চতা (BD) $= \sqrt{5^2 + 12^2}$ সেমি

$= \sqrt{169}$ সেমি = 13 সেমি



এখন, ΔBPD এবং ΔCOD

পরস্পর সদৃশ।

∴ $\frac{OC}{BP} = \frac{OD}{BD}$ বা, $\frac{OC}{OD} = \frac{BP}{BD}$

বা, $\frac{r}{12 - r} = \frac{5}{13}$ [∵ OC = OP = r]

বা, 13r = 60 – 5r বা, 13r + 5r = 60

বা, 18r = 60 বা, $r = \frac{60}{18} = 3\frac{1}{3}$

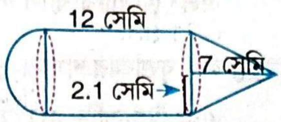
∴ গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $3\frac{1}{3}$ সেমি।

দ্বিতীয় অংশ : $\frac{\text{গোলকের ঘনফল}}{\text{শঙ্কুর ঘনফল}} = \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{10}{3}\right)^3}{\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12}$

$= \frac{4 \times 10 \times 10 \times 10}{3 \times 3 \times 3 \times 25 \times 12} = \frac{40}{81}$

∴ গোলকের ঘনফল : শঙ্কুর ঘনফল = 40 : 81

21 **একটি কাঠের তৈরি খেলনার মাঝের অংশ লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি, নীচের অংশটি অর্ধগোলাকৃতি ও উপরের অংশটি শঙ্কু আকৃতির। যদি প্রতি অংশের ভূমির সাধারণ ব্যাস 4.2 সেমি এবং চোঙাকৃতি ও শঙ্কু আকৃতির অংশ দুটির উচ্চতা যথাক্রমে 12 সেমি ও 7 সেমি হয়, তবে খেলনাটির আয়তন কত?**



সমাধান অর্ধগোলাকৃতি অংশের ব্যাসার্ধ = চোঙাকৃতি অংশের ব্যাসার্ধ

= শঙ্কু আকৃতির অংশের ব্যাসার্ধ = $\frac{4.2}{2}$ সেমি = 2.1 সেমি

চোঙাকৃতি ও শঙ্কু আকৃতির অংশ দুটির উচ্চতা যথাক্রমে 12 সেমি ও 7 সেমি।

∴ খেলনাটির আয়তন = অর্ধগোলাকৃতি অংশের আয়তন + চোঙাকৃতি অংশের আয়তন + শঙ্কু আকৃতি অংশের আয়তন

$= \left[\frac{2}{3}\pi(2.1)^3 + \pi(2.1)^2 \times 12 + \frac{1}{3}\pi(2.1)^2 \times 7\right]$ ঘনসেমি

$= \pi(2.1)^2\left[\frac{2}{3} \times 2.1 + 12 + \frac{7}{3}\right]$ ঘনসেমি

$= \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1\left[\frac{4.2 + 36 + 7}{3}\right]$ ঘনসেমি

$= \frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{0.3}{\cancel{2.1}} \times \overset{0.7}{\cancel{2.1}} \times \frac{47.2}{\cancel{3}}$ ঘনসেমি = 218.064 ঘনসেমি

22 **তামার তৈরি একটি নিরেট আয়তঘনাকার টুকরোর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 11 সেমি, 9 সেমি ও 6 সেমি। আয়তঘনটি গলিয়ে 3 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের এবং 0.25 সেমি পুরু কতগুলি মুদ্রা তৈরি করা যাবে হিসাব করে লেখো।**

[Sri Ramkrishna Sikshalaya, Howrah '16]

সমাধান ধরি, n টি মুদ্রা তৈরি করা যাবে।

∴ n সংখ্যক মুদ্রার আয়তন = $n \times \pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 0.25$ ঘনসেমি $\left[\because \text{ব্যাসার্ধ} = \frac{3}{2} \text{ সেমি}\right]$

আবার, আয়তঘনাকার টুকরোটির আয়তন

= 11 × 9 × 6 ঘনসেমি

প্রশ্নানুসারে, $n \times \pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 0.25 = 11 \times 9 \times 6$

বা, $n = \dfrac{11 \times 9 \times 6}{\frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 0.25}$ $\left[\because \pi = \frac{22}{7}\right]$

$= \dfrac{\cancel{11} \times \overset{3}{\cancel{9}} \times 6 \times 7 \times \cancel{2} \times 2 \times \overset{4}{\cancel{100}}}{\underset{2}{\cancel{22}} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{25}} = 336$

∴ 336টি মুদ্রা তৈরি করা যাবে।

23 **একটি লম্ব বৃত্তাকার গাছের গুঁড়ির ব্যাস 2 মিটার এবং উচ্চতা 10 মিটার। কমপক্ষে কত কাঠ কেটে ফেললে সেটি বর্গাকার বাহুবিশিষ্ট আয়তঘনকে পরিণত হবে?**

[Howrah Zilla School '16]

সমাধান লম্ব বৃত্তাকার গাছের গুঁড়ির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = $\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}$ মিটার

= 1 মিটার

এবং উচ্চতা = 10 মিটার

∴ কাঠের গুঁড়ির আয়তন = ভূমিতলের ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= π×1×1×10 ঘনমিটার = 10π ঘনমিটার = $\frac{220}{7}$ ঘনমিটার

বৃত্তাকার প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কাঠের গুঁড়িকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে বর্গাকার প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কাঠের লগে পরিণত করতে হবে।

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসের দৈর্ঘ্য = 2 মিটার

বা, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য × $\sqrt{2}$ = 2 মিটার

বা, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{2}{\sqrt{2}}$ মিটার = $\sqrt{2}$ মিটার

সুতরাং, বর্গাকার বাহুবিশিষ্ট আয়তঘনাকার কাঠের লগের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 10$ ঘনমিটার = 20 ঘনমিটার

সুতরাং, কাঠ কাটতে হবে = $\left(\frac{220}{7} - 20\right)$ ঘনমিটার

$= \frac{220 - 140}{7}$ ঘনমিটার = $\frac{80}{7}$ ঘনমিটার = $11\frac{3}{7}$ ঘনমিটার

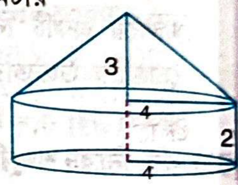
∴ কমপক্ষে $11\frac{3}{7}$ ঘনমিটার কাঠ কেটে ফেলতে হবে।

24 **একটি তাঁবুর নিম্নাংশ লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি যার উচ্চতা 2 মিটার এবং উপরের অংশ শঙ্কু আকৃতি। তাঁবুটির উচ্চতা 5 মিটার ও ভূমির ব্যাস 8 মিটার। সেলাই ও অধিক্রমের জন্য 1% ত্রিপল নষ্ট হলে 800 বর্গমিটার ত্রিপল থেকে এরূপ কয়টি তাঁবু তৈরি করা যাবে?**

সমাধান 1% ত্রিপল নষ্ট হলে ব্যবহৃত ত্রিপলের পরিমাণ

$= \left(800 - 8\cancel{00} \times \frac{1}{1\cancel{00}}\right)$ বর্গমিটার

= (800 – 8) বর্গমিটার = 792 বর্গমিটার



তাঁবুর বৃত্তাকার চোঙাকৃতি অংশের ভূমির ব্যাসার্ধ = $\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\cancel{2}}$ মিটার = 4 মিটার

এবং উচ্চতা = 2 মিটার

সুতরাং, চোঙাকৃতি অংশের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = 2 × π × 4 × 2 বর্গমিটার = 16π বর্গমিটার

আবার, শঙ্কু আকৃতি অংশের ভূমির ব্যাসার্ধ = 4 মিটার, উচ্চতা = 3 মিটার

সুতরাং তির্যক উচ্চতা (l) = $\sqrt{3^2 + 4^2}$ মিটার = 5 মিটার

∴ শঙ্কু আকৃতি অংশের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

= π × 4 × 5 বর্গমিটার = 20π বর্গমিটার

∴ তাঁবুটির মোট বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

= চোঙাকৃতি অংশের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল + শঙ্কু আকৃতি অংশের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = (16π + 20π) বর্গমিটার

= 36π বর্গমিটার

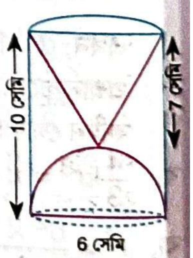
মনে করি, nটি তাঁবু তৈরি করা যাবে।

সুতরাং, n × 36 × π = 792

বা, $n = \dfrac{792}{36 \times \pi} = \dfrac{\overset{22}{\cancel{792}} \times 7}{\cancel{36} \times \cancel{22}} = 7$

∴ 7টি তাঁবু তৈরি করা যাবে।

25 **পাশের চিত্রে একটি চোঙাকৃতি বস্তুর উপরিভাগ থেকে একটি শঙ্কু এবং নিম্নভাগ থেকে একটি অর্ধগোলকাকৃতি অংশ কেটে নেওয়া হল। বস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**



সমাধান চোঙাকৃতি অংশের ব্যাসার্ধ = $\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{2}}$ সেমি

= 3 সেমি

এবং উচ্চতা = 10 সেমি

সুতরাং, চোঙাকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2\pi \times 3 \times 10$ বর্গসেমি $= 60\pi$ বর্গসেমি
শঙ্কু আকৃতি অংশের ব্যাসার্ধ = 3 সেমি
এবং উচ্চতা = 7 সেমি
সুতরাং, তির্যক উচ্চতা $= \sqrt{7^2 + 3^2}$ সেমি $= \sqrt{58}$ সেমি
∴ শঙ্কু আকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল
$= \pi \times 3 \times \sqrt{58}$ বর্গসেমি $= 3\sqrt{58}\pi$ বর্গসেমি
অর্ধগোলকাকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi \times 3^2$ বর্গসেমি
$= 18\pi$ বর্গসেমি

সুতরাং, বস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= চোঙাকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + শঙ্কু আকৃতির অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকাকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= (60\pi + 3\sqrt{58}\pi + 18\pi)$ বর্গসেমি
$= 78\pi + 3\sqrt{58}\pi$ বর্গসেমি $= 3\pi(26 + \sqrt{58})$ বর্গসেমি

26 **30 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট এবং 12 মিটার গভীরতাবিশিষ্ট একটি খালের জল 10 কিমি/ঘণ্টা বেগে প্রবাহিত হচ্ছে। 30 মিনিটে কত ক্ষেত্রফল জলসেচ হবে, যদি জলসেচের জন্য 8 সেমি জল জমানোর প্রয়োজন হয়?** *[CBSE '13]*

সমাধান খালের জল 1 ঘণ্টা বা 60 মিনিটে যায় 10000 মিটার

∴ 1 মিনিটে যায় $\frac{10000}{60}$ মিটার

∴ 30 মিনিটে যায় $\frac{10000}{60} \times 30$ মিটার
= 5000 মিটার

সুতরাং, 30 মিনিটে প্রবাহিত জলের আয়তন
$= 30 \times 12 \times 5000$ ঘনমিটার
ধরি, 30 মিনিটে A বর্গমিটার ক্ষেত্রফল জলসেচ হবে।
জলসেচের জন্য 8 সেমি বা 0.08 মিটার জল জমানোর প্রয়োজন হয়
∴ জলসেচের জন্য প্রয়োজনীয় জলের আয়তন $= A \times 0.08$ ঘনমিটার
প্রশ্নানুসারে, $A \times 0.08 = 30 \times 12 \times 5000$

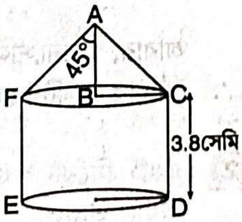
বা, $A = \frac{30 \times 12 \times 5000}{0.08} = \frac{\overset{15}{\cancel{30}} \times \overset{3}{\cancel{12}} \times 5000 \times 100}{\underset{2}{\cancel{8}}}$
$= 22500000$

∴ 30 মিনিটে 22500000 বর্গমিটার জলসেচ হবে।

27 **কোনো ইমারত-এর ভেতরের অংশ 4.3 মিটার ব্যাসবিশিষ্ট এবং 3.8 মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট চোঙ এবং চোঙের শীর্ষদেশে অবস্থিত 90° শীর্ষকোণবিশিষ্ট একটি শঙ্কু দ্বারা তৈরি করা হয়েছে। ইমারতটির আয়তন এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত? [$\pi = 3.14$ ধরে]**

সমাধান শঙ্কুটির ব্যাসার্ধ = চোঙটির ব্যাসার্ধ $= \frac{4.3}{2}$ মিটার
= 2.15 মিটার

$\angle FAC = 90°$ (প্রদত্ত)
∴ $\angle BAC = 45°$
এখন, ΔABC থেকে পাই,
$\tan 45° = \frac{BC}{AB} = \frac{2.15}{AB}$
∴ $1 = \frac{2.15}{AB}$
∴ $AB = 2.15$



∴ শঙ্কুটির উচ্চতা 2.15 মিটার।
∴ ইমারতটির আয়তন = চোঙের আয়তন + শঙ্কুর আয়তন
$= \{(\pi \times (2.15)^2 \times 3.8) + (\frac{1}{3} \times \pi \times (2.15)^2 \times 2.15)\}$ ঘনমিটার
= 65.56 ঘনমিটার

∴ শঙ্কুটির তির্যক উচ্চতা $= \sqrt{(2.15)^2 + (2.15)^2}$ মিটার
$= \sqrt{2} \times 2.15$ মিটার $= 3.04$ মিটার
∴ ইমারতটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল = চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল
$= [2 \times \pi \times 2.15 \times 3.8 + \pi \times 2.15 \times 3.04]$ বর্গমিটার
= 71.83 বর্গমিটার

অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-1)

28 সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো

i একটি ধাতব অর্ধগোলককে গলিয়ে একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু তৈরি করা হয়, যার উচ্চতা এর ভূমির ব্যাসার্ধের $\frac{9}{2}$ গুণ। অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধ ও শঙ্কুটির ভূমির ব্যাসার্ধের অনুপাত হয়— *[JEXPO '13]*
(a) $(9)^{\frac{1}{3}} : (4)^{\frac{1}{3}}$ (b) 3 : 2
(c) 1 : 3 (d) 3 : 1 **b**

ii একই ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট লম্ব বৃত্তাকার বেলন ও একটি গোলকের আয়তন সমান। যদি বেলন এবং গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে S_1 এবং S_2 হয়, তবে নিম্নলিখিত কোন্ সম্পর্কটি ঠিক? *[JEXPO '18]*
(a) $S_1 > S_2$ (b) $S_1 \leq S_2$
(c) $S_1 < S_2$ (d) $S_1 = S_2$ **a**

iii একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ব্যাসার্ধ 10 সেমি এবং উচ্চতা $\frac{2}{5}$ মিটার। এটিকে গলিয়ে একটি গোলক তৈরি করা হল। গোলকটির ব্যাসার্ধ কত? *[JEXPO '17]*
(a) $10\sqrt{10}$ সেমি (b) 10 সেমি
(c) $(10)^{\frac{1}{3}}$ সেমি (d) 8 সেমি। **b**

iv 144π ঘনসেমি আয়তনবিশিষ্ট একটি অর্ধগোলক থেকে সর্ববৃহৎ যে শঙ্কু নেওয়া সম্ভব তার তির্যক উচ্চতা হবে— *[JEXPO '17]*
(a) $9\sqrt{2}$ সেমি (b) $12\sqrt{2}$ সেমি
(c) $7\sqrt{2}$ সেমি (d) $6\sqrt{2}$ সেমি। **d**

v একটি বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ ওই বৃত্তের ব্যাসের সমান। গোলকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল—
(a) 4π বর্গএকক (b) 8π বর্গএকক
(c) 16π বর্গএকক (d) 64π বর্গএকক। **d**

vi একটি নিরেট ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল একটি নিরেট গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফলের সমান। ঘনক ও গোলকের আয়তনের অনুপাত হবে—
(a) $\sqrt{\pi} : \sqrt{6}$ (b) $\sqrt{\pi} : \sqrt{15}$
(c) $\sqrt{\pi} : \sqrt{9}$ (d) $\sqrt{\pi} : \sqrt{8}$ **a**

vii একটি শঙ্কুর অর্ধশীর্ষকোণ 30°। এই কোণটির মধ্যে একটি বৃহত্তম গোলক অবস্থিত। শঙ্কুর ও গোলকের ব্যাসার্ধের অনুপাত— *[JEXPO '08]*
(a) 3 : 2 (b) 2 : 3
(c) 1 : 3 (d) $\sqrt{3} : 1$ **d**

29 শূন্যস্থান পূরণ করো

	প্রশ্ন	উত্তর
(i)	একটি ধানের গোলার (মরাই-এর) নীচের অংশ লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি এবং উপরের অংশ ______ আকৃতির।	শঙ্কু
(ii)	একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ সেমি। ঘনকটির একটি বাহুকে ব্যাসার্ধ ধরে একটি নিরেট গোলক তৈরি করলে, তার আয়তন হবে ______ ঘনসেমি।	36π
(iii)	$\sqrt{3}R$ একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের ভেতর থেকে সর্বাপেক্ষা বড়ো ঘনক কেটে নেওয়া হলে, ঘনকটির বাহু হবে ______ একক।	2R
(iv)	জলপূর্ণ দুটি পাত্রের একটি অর্ধগোলকাকৃতি ও অন্যটি চোঙাকৃতি। এদের ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা সমান হলে, ______ পাত্রে বেশি জল আছে।	চোঙাকৃতি
(v)	একটি আয়তক্ষেত্রাকার কাগজের দৈর্ঘ্য 1 একক এবং প্রস্থ b একক। আয়তক্ষেত্রাকার কাগজটিকে মুড়ে একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হল যার পরিধি কাগজটির দৈর্ঘ্যের সমান। চোঙটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ______ বর্গএকক। *[Tamluk Hamilton High School '16]*	b

30 সত্য / মিথ্যা যাচাই করো

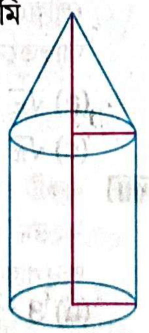
	প্রশ্ন	উত্তর
(i)	r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং r ব্যাসার্ধ ও r উচ্চতাবিশিষ্ট একটি চোঙের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 1 : 4।	সত্য
(ii)	একটি শঙ্কুর উচ্চতা 5% হ্রাস এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 10% বৃদ্ধি করা হলে, শঙ্কুটির আয়তন 14.95% বৃদ্ধি পাবে।	সত্য
(iii)	d সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের ঘনফল $\frac{1}{6}\pi d^3$ ঘনসেমি।	সত্য
(iv)	r একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে r একক উচ্চতার একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু তৈরি করা হলে, শঙ্কুটির ভূমির ব্যাসার্ধ হবে 4r একক।	মিথ্যা
(v)	a দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি ঘনকাকৃতি কাঠের টুকরো থেকে যে বৃহত্তম লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু তৈরি করা যায় তার আয়তন হবে $\frac{1}{12}\pi a^3$ ঘনএকক।	সত্য

পাঠ্যপুস্তক-এর সমস্যার সমাধান

(কষে দেখি)

1 আনোয়ারদের বাড়ির সামনে একটি নিরেট লোহার স্তম্ভ আছে যার নীচের অংশ লম্ব বৃত্তাকার চোঙ আকৃতির এবং উপরের অংশ শঙ্কু আকৃতির। এদের ভূমিতলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 20 সেমি, চোঙাকৃতি অংশের উচ্চতা 2.8 মিটার এবং শঙ্কু আকৃতি অংশের উচ্চতা 42 সেমি। 1 ঘনসেমি লোহার ওজন 7.5 গ্রাম হলে, লোহার স্তম্ভের ওজন কত হবে তা হিসাব করে লিখি।

সমাধান চিত্রে, চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ $= \frac{20}{2}$ সেমি = 10 সেমি



এবং উচ্চতা = 2.8 মিটার = 280 সেমি

আবার, শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ $= \frac{20}{2}$ সেমি

= 10 সেমি

এবং উচ্চতা = 42 সেমি

∴ চোঙের আয়তন

$= \pi \times (10)^2 \times 280$ ঘনসেমি

$= \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times 280$ ঘনসেমি = 88000 ঘনসেমি (280 কে 7 দিয়ে কাটাকুটি করে 40)

এবং শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3}\pi \times (10)^2 \times 42$ ঘনসেমি

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 100 \times 42$ ঘনসেমি = 4400 ঘনসেমি

∴ লোহার স্তম্ভটির মোট আয়তন = (88000 + 4400) ঘনসেমি

= 92400 ঘনসেমি

আবার, 1 ঘনসেমি লোহার ওজন 7.5 গ্রাম

∴ লোহার স্তম্ভটির মোট ওজন = (92400 × 7.5) গ্রাম

= 693000 গ্রাম = 693 কিগ্রা

2 একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা 20 সেমি এবং তির্যক উচ্চতা 25 সেমি। শঙ্কুটির সমান আয়তনবিশিষ্ট একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা 15 সেমি হলে, চোঙটির ভূমিতলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

সমাধান মনে করি, চোঙের ব্যাসার্ধ r সেমি এবং উচ্চতা = 15 সেমি

∴ চোঙের আয়তন $= \pi r^2 \times 15$ ঘনসেমি $= 15\pi r^2$ ঘনসেমি

আবার, শঙ্কুর উচ্চতা = 20 সেমি এবং তির্যক উচ্চতা = 25 সেমি

$\therefore$ শঙ্কুর ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(25)^2 - (20)^2}$ সেমি

$= \sqrt{625 - 400}$ সেমি $= \sqrt{225}$ সেমি $= 15$ সেমি

$\therefore$ শঙ্কুর আয়তন $= \left(\frac{1}{3}\pi \times 15^2 \times 20\right)$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{1}{3}\pi \times 15^2 \times 20 = 15\pi r^2$

বা, $r^2 = \frac{\pi}{3} \times \frac{15 \times 15 \times 20}{15 \times \pi} = 100$ বা, $r = 10$

$\therefore$ চোঙের ব্যাসার্ধ 10 সেমি এবং চোঙের ভূমিতলের ব্যাস 20 সেমি।

3 **24 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি পাত্রে কিছু জল আছে। 6 সেমি দৈর্ঘ্যের ভূমিতলের ব্যাস ও 4 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট 60টি নিরেট শঙ্কু আকৃতির লোহার টুকরো ওই জলে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত করলে জলতলের উচ্চতা কতটা বৃদ্ধি পাবে হিসাব করে লিখি।**

সমাধান: চোঙাকৃতি পাত্রের ব্যাস = 24 সেমি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= \frac{24}{2}$ সেমি $= 12$ সেমি

মনে করি, পাত্রে জলের উচ্চতা h সেমি বৃদ্ধি পাবে।

$\therefore$ চোঙাকৃতি পাত্রে বর্ধিত জলের পরিমাণ $= \pi \times (12)^2 \times h$ ঘনসেমি

আবার, শঙ্কুর ভূমির ব্যাস = 6 সেমি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= \frac{6}{2}$ সেমি $= 3$ সেমি এবং উচ্চতা = 4 সেমি

$\therefore$ 60টি শঙ্কুর আয়তন $= 60 \times \frac{1}{3} \times \pi \times (3)^2 \times 4$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $60 \times \frac{1}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 4 = \pi \times (12)^2 \times h$

বা, $h = \frac{60 \times \pi \times 12}{\pi \times 12 \times 12} = 5$

$\therefore$ পাত্রে জলের উচ্চতা 5 সেমি বৃদ্ধি পাবে।

4 **একই দৈর্ঘ্যের ভূমিতলের ব্যাসার্ধ এবং একই উচ্চতাবিশিষ্ট একটি নিরেট শঙ্কু ও একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 5 : 8 হলে, উহাদের ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় করি।**

সমাধান: মনে করি, নিরেট শঙ্কু এবং নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক।

তাহলে শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা $= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

$\therefore$ শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r\sqrt{h^2 + r^2}$ বর্গএকক

এবং চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গএকক

প্রশ্নানুসারে, $\frac{\pi r\sqrt{h^2 + r^2}}{2\pi rh} = \frac{5}{8}$

বা, $\frac{\sqrt{h^2 + r^2}}{h} = \frac{5 \times 2}{8} = \frac{5}{4}$ বা, $\frac{h^2 + r^2}{h^2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$

বা, $\frac{r^2}{h^2} = \frac{25}{16} - 1 = \frac{25 - 16}{16} = \frac{9}{16}$ বা, $\frac{r}{h} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ এবং উচ্চতার অনুপাত 3 : 4।

5 **8 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি নিরেট লোহার গোলককে গলিয়ে 1 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের কয়টি নিরেট গুলি পাওয়া যাবে হিসাব করে দেখি।**

সমাধান: লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ = 8 সেমি

$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi \times (8)^3$ ঘনসেমি

আবার, নিরেট গুলির ব্যাসার্ধ $= \frac{1}{2}$ সেমি [$\because$ ব্যাস = 1 সেমি]

$\therefore$ গুলির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

$\therefore$ মোট গুলির সংখ্যা $= \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times (8)^3}{\frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^3}$টি $= (512 \times 8)$টি $= 4096$টি

6 **একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার লোহার দণ্ডের ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 32 সেমি এবং দৈর্ঘ্য 35 সেমি। দণ্ডটি গলিয়ে 8 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ ও 28 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট কতগুলি নিরেট শঙ্কু তৈরি করা যাবে তা হিসাব করে লিখি।**

সমাধান: লম্ব বৃত্তাকার লোহার দণ্ডের ব্যাসার্ধ 32 সেমি এবং দৈর্ঘ্য 35 সেমি

$\therefore$ লোহার দণ্ডের আয়তন $= \pi \times (32)^2 \times 35$ ঘনসেমি

শঙ্কুর ব্যাসার্ধ = 8 সেমি এবং উচ্চতা = 28 সেমি

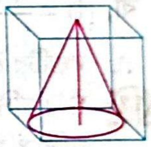
$\therefore$ আয়তন $= \frac{1}{3}\pi \times (8)^2 \times 28$ ঘনসেমি

$\therefore$ মোট শঙ্কুর সংখ্যা $= \frac{\pi \times (32)^2 \times 35}{\frac{1}{3} \times \pi \times (8)^2 \times 28}$টি

$= \frac{32 \times 32 \times 35 \times 3}{8 \times 8 \times 28}$টি $= 60$টি

7 **4.2 ডেসিমি দৈর্ঘ্যের ধারবিশিষ্ট একটি নিরেট কাঠের ঘনক থেকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে যে নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু পাওয়া যাবে তার আয়তন নির্ণয় করি।** *[Madhyamik '17]*

সমাধান: ঘনক থেকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু তৈরি করা যাবে যদি শঙ্কুটির ব্যাস এবং উচ্চতা ঘনকের ধারের সমান হয়।



এখন ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য 4.2 ডেসিমি

$\therefore$ শঙ্কুর ব্যাস = 4.2 ডেসিমি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $= \frac{4.2}{2}$ ডেসিমি $= 2.1$ ডেসিমি

এবং উচ্চতা = 4.2 ডেসিমি

$\therefore$ শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3}\pi \times (2.1)^2 \times 4.2$ ঘনডেসিমি

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 4.2$ ঘনডেসিমি

$= 19.404$ ঘনডেসিমি $= 19404$ ঘনসেমি

8 **একটি নিরেট গোলক ও একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান ও তাদের ঘনফলও সমান হলে, চোঙটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার অনুপাত হিসাব করে লিখি।** *[Madhyamik '00]*

সমাধান: মনে করি, গোলক ও চোঙের ব্যাসার্ধ r একক এবং চোঙের উচ্চতা h একক

$\therefore$ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

এবং চোঙের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘনএকক

প্রশ্নানুসারে, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h$

বা, $\frac{r^3}{r^2 h} = \frac{\pi \times 3}{4\pi}$ বা, $\frac{r}{h} = \frac{3}{4}$ বা, $r : h = 3 : 4$

$\therefore$ চোঙের ব্যাসার্ধ এবং উচ্চতার অনুপাত 3 : 4।

9 **6.6 ডেসিমি দীর্ঘ, 4.2 ডেসিমি প্রশস্ত এবং 1.4 ডেসিমি পুরু একটি তামার নিরেট আয়তঘনাকার টুকরো গলিয়ে 2.1 ডেসিমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের কয়টি নিরেট গোলক ঢালাই করা যাবে এবং প্রতিটি গোলকে কত ঘনডেসিমি ধাতু থাকবে হিসাব করে দেখি।**

সমাধান: নিরেট আয়তঘনের দৈর্ঘ্য = 6.6 ডেসিমি, প্রশস্ত = 4.2 ডেসিমি, পুরু = 1.4 ডেসিমি

গোলকটি গলিয়ে একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার দণ্ড তৈরি করা হল। দণ্ডটির ব্যাসার্ধ = 2 সেমি

মনে করি, দণ্ডটির দৈর্ঘ্য = h সেমি

∴ দণ্ডটির আয়তন = $\pi \times (2)^2 \times h$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুসারে, $\pi \times 4 \times h = \frac{4 \times 22 \times 13}{3}$

বা, $h = \frac{4 \times 22 \times 13 \times 7}{3 \times 22 \times 4} = \frac{91}{3} = 30\frac{1}{3}$

∴ দণ্ডটির দৈর্ঘ্য $30\frac{1}{3}$ সেমি।

16 2 মিটার লম্বা একটি আয়তঘনাকার কাঠের লগের প্রস্থচ্ছেদ বর্গাকার এবং তার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 14 ডেসিমি। সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে ওই লগটিকে যদি একটি লম্ব বৃত্তাকার গুঁড়িতে পরিণত করা যায়, তবে তাতে কত ঘনমিটার কাঠ থাকবে এবং কত ঘনমিটার কাঠ নষ্ট হবে হিসাব করি।
(উত্তর সংকেত : বর্গাকার চিত্রের অন্তর্লিখিত পরিবৃত্ত হলে, বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য বর্গাকার চিত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান।)

সমাধান কাঠের লগের উচ্চতা = 2 মিটার = 20 ডেসিমি এবং বর্গাকার প্রস্থচ্ছেদের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 14 ডেসিমি

∴ লগের আয়তন = $(14 \times 14 \times 20)$ ঘনডেসিমি
= 3920 ঘনডেসিমি

সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট হলে লম্ব বৃত্তাকার গুঁড়ির ব্যাস আয়তঘনাকার কাঠের লগের বাহুর সমান এবং উচ্চতা কাঠের লগটির সমান হবে।

∴ লম্ব বৃত্তাকার গুঁড়ির ব্যাস = 14 ডেসিমি এবং দৈর্ঘ্য = 20 ডেসিমি

∴ লম্ব বৃত্তাকার গুঁড়ির আয়তন = $\pi \times \left(\frac{14}{2}\right)^2 \times 20$ ঘনডেসিমি
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 20$ ঘনডেসিমি

∴ কাঠের গুঁড়িতে মোট কাঠের পরিমাণ = 3080 ঘনডেসিমি
= 3.08 ঘনমিটার

এবং নষ্ট হওয়া কাঠের পরিমাণ = (3920 – 3080) ঘনডেসিমি
= 840 ঘনডেসিমি
= 0.84 ঘনমিটার

17. অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (VSA)

A বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (MCQ)

i r একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে r একক উচ্চতার একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু তৈরি করা হল। শঙ্কুটির ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য—
(a) 2r একক (b) 3r একক (c) r একক (d) 4r একক।
a

ii একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুকে গলিয়ে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হল যার উচ্চতা 5 সেমি। শঙ্কুটির উচ্চতা—
(a) 10 সেমি (b) 15 সেমি (c) 18 সেমি (d) 24 সেমি।
b

iii একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক এবং উচ্চতা 2r একক। চোঙটির মধ্যে সর্ববৃহৎ যে গোলকটি রাখা যাবে তার ব্যাসের দৈর্ঘ্য—
(a) r একক (b) 2r একক (c) $\frac{r}{2}$ একক (d) 4r একক।
b

iv r একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট অর্ধগোলক থেকে সর্ববৃহৎ যে নিরেট শঙ্কু কেটে নেওয়া যাবে তার আয়তন—
(a) $4\pi r^3$ ঘনএকক (b) $3\pi r^3$ ঘনএকক
(c) $\frac{\pi r^3}{4}$ ঘনএকক (d) $\frac{\pi r^3}{3}$ ঘনএকক।
d

v x একক দৈর্ঘ্যের ধারবিশিষ্ট একটি নিরেট ঘনক থেকে সর্ববৃহৎ একটি নিরেট গোলক কেটে নেওয়া হলে, গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য—
(a) x একক (b) $2x$ একক (c) $\frac{x}{2}$ একক (d) $4x$ একক।
a

সমাধান **i** r একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলকের আয়তন
$= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

মনে করি, r একক উচ্চতার নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ব্যাসার্ধ R একক।

∴ শঙ্কুর আয়তন = $\frac{1}{3}\pi R^2 r$ ঘনএকক

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{3}\pi R^2 r = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $R^2 = \frac{4\pi \times r^3 \times 3}{3\pi r}$ বা, $R^2 = 4r^2$ বা, R = 2r

ii মনে করি, শঙ্কু ও চোঙের ব্যাসার্ধ r সেমি এবং শঙ্কুর উচ্চতা = h সেমি

∴ শঙ্কুর আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘনসেমি

চোঙের উচ্চতা 5 সেমি হলে,
চোঙের আয়তন = $(\pi \times r^2 \times 5)$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi \times r^2 \times 5$

বা, $h = \frac{\pi \times r^2 \times 5 \times 3}{\pi \times r^2} = 15$

iii চোঙের ব্যাসার্ধ = r একক এবং উচ্চতা = 2r একক
চোঙের মধ্যে সর্ববৃহৎ যে গোলকটি রাখা যাবে তার ব্যাস = চোঙের উচ্চতা = 2r একক।

iv r একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট অর্ধগোলক থেকে সর্ববৃহৎ যে শঙ্কু কাটা যাবে তার ব্যাসার্ধ = অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ = r একক এবং উচ্চতা = অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ = r একক

∴ শঙ্কুটির আয়তন = $\frac{1}{3}\pi r^2 \times r$ ঘনএকক = $\frac{\pi}{3}r^3$ ঘনএকক

v নিরেট ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য = x একক
ঘনক থেকে সর্ববৃহৎ একটি গোলক কেটে নেওয়া হলে গোলকের ব্যাস = ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য = x একক

B নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি

i দুটি একই ধরনের নিরেট অর্ধগোলক যাদের ভূমিতলের প্রত্যেকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক এবং তা ভূমি বরাবর জোড়া হলে, মিলিত ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল হবে $6\pi r^2$ বর্গএকক।
মিথ্যা

ii একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক এবং উচ্চতা h একক এবং তির্যক উচ্চতা l একক। শঙ্কুটির ভূমিতলকে একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমিতল বরাবর জুড়ে দেওয়া হল। যদি

চোঙের ও শঙ্কুর ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য এবং উচ্চতা একই হয় তবে মিলিত ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ($\pi rl + 2\pi rh + 2\pi r^2$) বর্গএকক। **মিথ্যা**

সমাধান **i** মিলিত অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= (2\pi r^2 + 2\pi r^2)$ বর্গএকক $= 4\pi r^2$ বর্গএকক

ii মিলিত ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল + চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + একটি বৃত্তাকার তলের ক্ষেত্রফল $= (\pi rl + 2\pi rh + \pi r^2)$ বর্গএকক

C শূন্যস্থান পূরণ করি

i একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ ও দুটি অর্ধগোলকের ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান। দুটি অর্ধগোলককে চোঙটির দুটি সমতলে আটকে দেওয়া হলে নতুন ঘনবস্তুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = একটি অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ______ বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অপর অর্ধগোলকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল। **চোঙের**

ii একমুখ কাটা একটি পেনসিলের আকার শঙ্কু ও ______ সমন্বয়। *[Madhyamik '18]* **চোঙের**

iii একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হল। গোলক ও চোঙের ______ সমান। *[Madhyamik '20]* **আয়তন**

18. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (SA)

i একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুকে গলিয়ে একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হল। উভয়ের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান। যদি শঙ্কুর উচ্চতা 15 সেমি হয়, তাহলে নিরেট চোঙের উচ্চতা কত হিসাব করে লিখি।

সমাধান মনে করি, শঙ্কু এবং চোঙের ব্যাসার্ধ r সেমি এবং চোঙের উচ্চতা h সেমি।

শঙ্কুর উচ্চতা = 15 সেমি

∴ শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 \times 15$ ঘনসেমি

এবং চোঙের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘনএকক

প্রশ্নানুসারে, $\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \times 15$ বা, $h = \frac{\pi r^2}{3} \times \frac{15^5}{\pi r^2} = 5$

∴ চোঙের উচ্চতা 5 সেমি।

ii একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু এবং একটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান এবং আয়তন সমান। গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য এবং শঙ্কুর উচ্চতার অনুপাত কত তা হিসাব করে লিখি।

সমাধান মনে করি, শঙ্কু এবং গোলকের ব্যাসার্ধ r একক এবং শঙ্কুর উচ্চতা h একক।

তাহলে, শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘনএকক

এবং গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

প্রশ্নানুসারে, $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $\frac{r^3}{r^2 h} = \frac{\pi}{3} \times \frac{3}{4\pi} = \frac{1}{4}$ বা, $\frac{2r}{h} = \frac{1}{2}$ বা, $2r : h = 1 : 2$

∴ গোলকের ব্যাসের এবং শঙ্কুর উচ্চতার অনুপাত 1 : 2।

iii সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাস এবং সমান উচ্চতাবিশিষ্ট নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ, নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু এবং নিরেট গোলকের আয়তনের অনুপাত কত তা লিখি।

সমাধান মনে করি, সমান ব্যাসের দৈর্ঘ্য 2r একক এবং সমান উচ্চতার দৈর্ঘ্য h একক।

গোলকের উচ্চতা = ব্যাস = 2r একক ∴ h = 2r

∴ চোঙের আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘনএকক $= \pi r^2 \times 2r$ ঘনএকক

শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘনএকক $= \frac{1}{3}\pi r^2 \times 2r$ ঘনএকক

এবং গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

∴ আয়তনের অনুপাত $= 2\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3$

$= 6 : 2 : 4 = 3 : 1 : 2$

iv একটি ঘনবস্তুর নীচের অংশ অর্ধগোলক আকারের এবং উপরের অংশ লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু আকারের। যদি দুটি অংশের তলের ক্ষেত্রফল সমান হয়, তাহলে ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য এবং শঙ্কুর উচ্চতার অনুপাত হিসাব করে লিখি।

সমাধান মনে করি, শঙ্কু এবং অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা = h একক

∴ শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা $= \sqrt{h^2 + r^2}$ একক

প্রশ্নানুযায়ী $\pi rl = 2\pi r^2$

বা, $\pi r\sqrt{h^2 + r^2} = 2\pi r^2$

বা, $\sqrt{h^2 + r^2} = \frac{2\pi r^2}{\pi r} = 2r$ বা, $h^2 + r^2 = 4r^2$ বা, $h^2 = 3r^2$

বা, $\frac{r^2}{h^2} = \frac{1}{3}$ বা, $\frac{r}{h} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

∴ ব্যাসার্ধ এবং শঙ্কুর উচ্চতার অনুপাত $1 : \sqrt{3}$।

v একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য একটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের সমান। গোলকের আয়তন শঙ্কুর আয়তনের দ্বিগুণ হলে, শঙ্কুর উচ্চতা এবং ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত তা লিখি।

সমাধান মনে করি, শঙ্কু এবং গোলকের ব্যাসার্ধ r একক এবং শঙ্কুর উচ্চতা h একক

∴ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

এবং শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘনএকক

প্রশ্নানুসারে, $\frac{4}{3}\pi r^3 = 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$

বা, $\frac{r^3}{r^2 \times h} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{3}{4\pi}$

বা, $r : h = 1 : 2$ বা, $h : r = 2 : 1$

∴ শঙ্কুর উচ্চতা ও ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 1।

অনুশীলনী

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি (মান-2)

1. সমভূমি ও সমউচ্চতাবিশিষ্ট একটি চোঙ ও একটি আয়তঘনকের আয়তনের অনুপাত কত হবে? [Bankura Zilla School '17]

2. একই দৈর্ঘ্যের ভূমির ব্যাস ও উচ্চতাবিশিষ্ট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ এবং শঙ্কুর আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো। [Burdwan CMS High School '17]

3. একটি গোলক ও একটি চোঙের আয়তন সমান। চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ এবং গোলকের ব্যাস সমান হলে, চোঙের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধের অনুপাত কত? [Madhyamik '92]

4. একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু ও লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমিতলের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য সমান এবং তাদের উচ্চতা সমান। তাদের আয়তনের অনুপাত কত? [Jhargram Kumud Kumari Institution '16]

5. একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ একটি গোলকের ব্যাসার্ধের সমান। শঙ্কুর আয়তন ও গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান। শঙ্কুর উচ্চতা কত?

6. একটি ধাতব লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর উচ্চতা 8.4 সেমি ও এর ভূমির ব্যাসার্ধ 2.1 সেমি। শঙ্কুটিকে গলিয়ে একটি গোলক তৈরি করলে উৎপন্ন গোলকের ব্যাসার্ধ কত হবে?

7. একই আকারের 12টি গোলককে গলিয়ে একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হয়। চোঙটির ব্যাস 16 সেমি এবং উচ্চতা 2 সেমি হলে, প্রতিটি গোলকের ব্যাস কত? [Burdwan Harisava Hindu Girls' High School '17]

8. একটি গোলক এবং তার পরিলিখিত লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো। [Hare School '17]

9. একটি 12 সেমি ব্যাসের নিরেট লোহার গোলককে পিটিয়ে একটি লম্ব বৃত্তাকার দণ্ড তৈরি করা হল। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য 18 সেমি হলে, তার ভূমিতলের ব্যাস কত?

10. 11 মি × 10 মি × 5 মি পরিমাণ আয়তাকার সিসা খণ্ড থেকে 5 ডেসিমিটার ব্যাসের কতগুলি গোলক প্রস্তুত করা যায়? [Tarasundari Balika Vidyabhaban '16]

11. একটি চোঙ ও একটি অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ সমান এবং আয়তনও সমান। চোঙটির উচ্চতা অপেক্ষা অর্ধগোলকটির উচ্চতা শতকরা কত বেশি?

12. একটি গোলকের আয়তন 36π ঘনসেমি। এই গোলকটি যে লম্ব বৃত্তাকার চোঙে অন্তর্নিহিত, গোলকটি ও সেই চোঙটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করো। [Howrah Zilla School '17]

13. একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল $47\frac{1}{7}$ বর্গসেমি এবং একই ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $113\frac{1}{7}$ বর্গসেমি। শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা কত?

14. অসিতের মা অসিতকে 10.5 সেমি ব্যাসার্ধের বাটি ভর্তি দুধ দিলেন। অসিত ওই দুধ একই ব্যাসার্ধের একটি চোঙাকৃতি গ্লাসে ঢেলে দিলে গ্লাসে দুধের উচ্চতা কত হল তা নির্ণয় করো। [Banamalichatta High School (HS) '17]

দীর্ঘ প্রশ্নাবলি (মান-4)

15. একই ভূমিবিশিষ্ট একটি অর্ধগোলক ও শঙ্কুর উচ্চতা সমান হলে, তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত? [Madhyamik '16]

16. একটি লোহার নিরেট লম্ব বৃত্তাকার দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাস 16 সেমি এবং দৈর্ঘ্য 1 মিটার। এই দণ্ডটি গলিয়ে 8 সেমি উচ্চতা ও 5 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার ভূমিতলবিশিষ্ট কতগুলি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু তৈরি করা যাবে? [Madhyamik '06, '03]

17. a সেমি ব্যাসার্ধের একটি নিরেট গোলক থেকে সমআয়তনের দুটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু প্রস্তুত করা হল। যদি শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ গোলকের ব্যাসার্ধের সমান হয়, তবে প্রতিটি শঙ্কুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। [Burdwan Town School '16]

18. 14 সেমি দীর্ঘ একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার লৌহদণ্ড গলিয়ে 21টি নিরেট লৌহগোলক তৈরি করা হল। গোলকগুলির প্রত্যেকটির ব্যাসার্ধ 8 সেমি হলে, দণ্ডটির প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ কত ছিল? [Madhyamik '05]

19. 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি চোঙাকৃতি পাত্রে কিছু জল আছে। 1.5 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কয়েকটি নিরেট গোলক ওই জলে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত করা হল। পাত্রের জলতল 2 সেমি তুলতে কতগুলি গোলক প্রয়োজন? [Madhyamik '07]

20. 4 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি চোঙাকৃতি জার অর্ধেক জলপূর্ণ ছিল। একটি 3 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলাকৃতি মার্বেল জারের মধ্যে ফেলা হল এবং দেখা গেল যে মার্বেলটি ঠিক সম্পূর্ণভাবে জলে নিমজ্জিত রয়েছে। জারের উচ্চতা নির্ণয় করো। [JEXPO '92]

21. একটি আইসক্রিমের নীচের অংশ শঙ্কু আকৃতি ও ওপরের অংশ অর্ধগোলাকৃতি যাহাদের ভূমি একই। শঙ্কুর উচ্চতা 9 cm এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 2.5 cm হলে, আইসক্রিমটির আয়তন নির্ণয় করো। [Madhyamik '24]

22. শঙ্কু আকৃতির একটি বহুতল বাড়ির ভিতরের অংশ যদি চোঙাকৃতি হয় যার ব্যাস 4.3 মিটার এবং উচ্চতা 3.8 মিটার ও যদি শঙ্কুটির শীর্ষকোণ সমকোণ হয় তবে বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করো। [CBSE '15]

23. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 3 সেমি ও 4 সেমি। যদি ত্রিভুজটিকে অতিভুজের সাপেক্ষে ঘোরানো হয় তবে একই ভূমির বিপরীত দিকে যে দুটি শঙ্কু উৎপন্ন হবে তাদের সমগ্রতলের মোট ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

24. 4 মিটার ব্যাসের 56 মিটার লম্বা একটি লম্ব বৃত্তাকার টানেল কাটতে গিয়ে যে পাথর ও মাটি বের হল, তা দিয়ে 48 মিটার দীর্ঘ, 16.5 মিটার প্রশস্ত ও 4 মিটার গভীর একটি খাদের কত অংশ ভরাট করা যাবে?

অতিসংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি (মান-1)

25 সঠিক উত্তর নির্বাচন করো

i একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুকে গলিয়ে একই ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হল, যার উচ্চতা 5 সেমি। শঙ্কুটির উচ্চতা হল—

[RK Mission Vidyapith, Purulia '16]

(a) 10 সেমি (b) 15 সেমি (c) 18 সেমি (d) 24 সেমি।

ii r একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে r একক উচ্চতার একটি নিরেট শঙ্কু তৈরি করা হল। শঙ্কুটির তির্যক উচ্চতা—

[Prafullanagar Vidyamandir (HS) '16]

(a) 2r একক (b) $\sqrt{3}$r একক
(c) $\sqrt{5}$r একক (d) 5r একক।

iii সমান ভূমিবিশিষ্ট একটি নিরেট অর্ধগোলক ও একটি নিরেট চোঙের উচ্চতা সমান হলে তাদের ঘনফলের অনুপাত

[Madhyamik '24]

(a) 1 : 3 (b) 1 : 2 (c) 2 : 3 (d) 3 : 4

iv একটি চোঙ ও একটি শঙ্কুর আয়তনের অনুপাত 2 : 1 ও উচ্চতার অনুপাত 1 : 2 হলে, তাদের ব্যাসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত—

(a) 1 : 1 (b) 2 : 1 (c) $\sqrt{2}$: 1 (d) 2 : $\sqrt{3}$

v একটি চোঙ ও একটি শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধদ্বয় সমান এবং তাদের উচ্চতাও সমান। যদি তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 8 : 5 হয়, তবে শঙ্কুটির ভূমির ব্যাসার্ধের সঙ্গে তার উচ্চতার অনুপাত হয় — *[JEXPO '13]*

(a) 3 : 4 (b) 4 : 3 (c) 4 : 5 (d) 5 : 4

vi একটি ধাতব অর্ধগোলককে গলিয়ে একটি নিরেট শঙ্কুতে পরিণত করা হল, যার ভূমির ব্যাসার্ধ অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধের সমান। শঙ্কুটির উচ্চতা ও ভূমি ব্যাসার্ধের অনুপাত হয়—

[JEXPO '13]

(a) 2 : 1 (b) 1 : 2 (c) 2 : 3 (d) 3 : 2

vii একটি জলপূর্ণ শঙ্কু আকৃতির ফ্লাস্কের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h। এই ফ্লাস্ক থেকে mr ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বেলনাকৃতি ফ্লাস্কে জল ঢালা হল। বেলনাকৃতি ফ্লাস্কে জলের উচ্চতা হবে—

[JEXPO '18]

(a) $\frac{mh}{3}$ (b) $\frac{h}{3m^2}$ (c) $3m^3h$ (d) $\frac{3h}{m}$

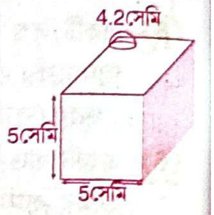
26 শূন্যস্থান পূরণ করো

i 4 সেমি ব্যাস ও 45 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙকে গলিয়ে ______ সেমি ব্যাসের 5টি একই আকারের গোলক পাওয়া যাবে।

[Haldia Govt Spons Vivekananda Vidyabhawan (HS) '16]

ii যদি দুটি সমআকৃতির ঘনকের মধ্যে দুটি সর্বাপেক্ষা বড়ো শঙ্কু ও গোলক স্থাপন করা হয় যাদের আয়তন যথাক্রমে C ও S, তবে C ও S -এর মধ্যে সম্পর্ক হল ______।

iii প্রদত্ত চিত্রের বস্তুটি দুটি ঘনবস্তু দ্বারা তৈরি—একটি ঘনক এবং অপরটি অর্ধগোলক। ব্লকটির ভূমি 5 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি ঘনক এবং 4.2 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট অর্ধগোলকটি ঘনকটির উপরিতলে সংযুক্ত অবস্থায় আছে। বস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ______।



27 সত্য / মিথ্যা যাচাই করো

i জলের পাইপের আকার হল লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি।

ii 3 সেমি ব্যাসার্ধের একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙকে গলিয়ে সমব্যাসার্ধের একটি গোলক তৈরি করা হলে, চোঙের উচ্চতা হবে 3 সেমি।

iii একটি অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা কখনোই সমান হয় না।

iv তিনটি সমআকৃতির গোলাকার বল একটি চোঙের মধ্যে রাখা রয়েছে যাতে প্রথম ও তৃতীয় বল চোঙের বৃত্তাকার তল স্পর্শ করে। যদি প্রতিটি গোলাকার বলের ব্যাসার্ধ চোঙের ব্যাসার্ধের সমান হয়, তবে গোলাকার বলগুলি চোঙাকৃতি পাত্রের $\frac{2}{3}$ অংশ স্থান দখল করবে।

v একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙ ও শঙ্কুর ভূমি দুটি সমান এবং তাদের আয়তনের অনুপাত 3 : 2 হলে, শঙ্কুর উচ্চতা চোঙের উচ্চতার তিন গুণ।

উত্তরমালা

1. 11 : 14; **2.** 3 : 1; **3.** 1 : 3; **4.** 1 : 3; **5.** 12 একক; **6.** 2.1 সেমি; **7.** 4 সেমি; **8.** 2 : 3; **9.** 8 সেমি; **10.** 8400টি; **11.** 50%; **12.** 2 : 3; **13.** 5 সেমি; **14.** 7 সেমি; **15.** $\sqrt{2}$: 1; **16.** 96টি; **17.** $\pi a^2(1 + \sqrt{5})$ বর্গসেমি; **18.** 32 সেমি; **19.** 16টি; **20.** 7.5 সেমি; **21.** $91\frac{2}{3}$ ঘনসেমি; **22.** 208.62 বর্গমিটার (প্রায়), 165.46 ঘনমিটার (প্রায়); **23.** 52.8 বর্গসেমি; **24.** $\frac{2}{9}$অংশ; **25.** (i) (b), (ii) (c), (iii) (c), (iv) (d), (v) (a), (vi) (a), (vii) (b); **26.** (i) 6, (ii) S = 2C, (iii) 163.86 বর্গসেমি; **27.** (i) সত্য, (ii) মিথ্যা, (iii) মিথ্যা, (iv) সত্য, (v) মিথ্যা।