লম্ব বৃত্তাকার চোঙ

(Right Circular Cylinder)

18

আমাদের প্রাত্যহিক জীবনে নানাপ্রকার ঘনবস্তু ব্যবহার করা হয়। আকৃতিগত দিক দিয়ে সেগুলি কোনো-না-কোনো পরিচিত নির্দিষ্ট আকৃতিবিশিষ্ট তল দ্বারা গঠিত। এইসকল ঘনবস্তুকে সুষম আকৃতির ঘনবস্তু বলে এবং যারা নির্দিষ্ট আকৃতিবিশিষ্ট তল দ্বারা গঠিত নয় তাদের বিষম আকৃতির ঘনবস্তু বলে।

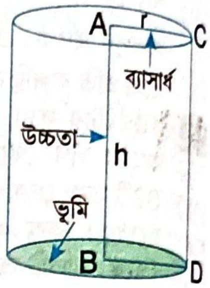
এবছর বৃক্ষরোপণ উৎসব উপলক্ষ্যে বিদ্যালয়ে বৃক্ষরোপণ করার জন্য শিক্ষক-শিক্ষিকারা ছাত্রছাত্রীদের পাত্র নিয়ে আসতে বললেন। বৃক্ষরোপণ উৎসবের দিন দেখা গেল যে, দশম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা বিভিন্ন আকৃতির পাত্র নিয়ে এসেছে। তাই দেখে বিদ্যালয়ের গণিতের শিক্ষক তাদের প্রশ্ন করলেন, "বলো তো তোমাদের এই পাত্রগুলিকে জ্যামিতিক ভাষায় কী বলে?" যেহেতু ছাত্রছাত্রীরা সুষম ঘনবস্তুর ব্যাপারে পূর্বেই ধারণা লাভ করেছিল তাই তারা আয়তঘন এবং ঘনকাকৃতির ঘনবস্তুগুলিকে খুব সহজেই চিহ্নিত করতে পারল। কিন্তু বাকি ভিন্ন আকৃতির ঘনবস্তুর ব্যাপারে তারা কোনো ধারণা দিতে পারল না। তখন স্যার তাদের বললেন এরকম ঘনবস্তুকে বিষম ঘনবস্তু বলে। লম্ব বৃত্তাকার চোঙ হল তেমনই এক ধরনের বিষম আকৃতির ঘনবস্তু যার দুটি সমতল এবং একটি বক্রতল আছে।

ঐতিহাসিক প্রেক্ষাপট (Historical Background) : গ্রিক শব্দ Kulindros roller, tumbler থেকে Cylinder শব্দের উৎপত্তি। এই ধরনের ঘনবস্তুর ধারণার উৎস হল প্রাচীনকালের বিভিন্ন দেব-দেবীর মূর্তি বা মন্দির নির্মাণের বিভিন্ন অংশ। জ্যামিতির জনক ইউক্লিডের যুগ শেষ হওয়ার পর গণিতশাস্ত্রে জ্যামিতির অগ্রগতি শুরু হয় যার দ্বারা তিনি হলেন আর্কিমিডিস (খ্রিস্টপূর্ব 287–212 অব্দ)। যার অবদান (π)-এর আসন্ন মান নির্ণয়। শুধু তাই নয়, বিভিন্ন ঘনবস্তু যেমন—শঙ্কু, পিরামিড, বৃত্ত এবং চোঙ-এর ক্ষেত্রফল তিনি নির্ণয় করেন। পরবর্তীকালে চোঙের সংজ্ঞা এবং বিভিন্ন সূত্র পাওয়া যায় Wentworth and Smith-এর Plane and Solid Geometry বই থেকে।

অধ্যায় সংক্রান্ত প্রয়োজনীয় সংজ্ঞাসমূহ

লম্ব বৃত্তাকার চোঙ (Right Circular Cylinder) : কোনো আয়তক্ষেত্রের যে-কোনো একটি প্রান্তীয় বাহুকে অক্ষ হিসেবে নিয়ে সেটিকে ওই অক্ষ বরাবর 360° আবর্তন করালে যে ঘনবস্তুর উৎপন্ন হয়, তাকে লম্ব বৃত্তাকার চোঙ বলে।

আমাদের পরিচিত জলের পাইপ, কাঠের গুঁড়ি, টিউবলাইট হল লম্ব বৃত্তাকার চোঙের কিছু উদাহরণ।



পাশের চিত্রে লম্ব বৃত্তাকার চোঙের রেখাচিত্র থেকে বোঝা যায় এটি তিনটি তল দ্বারা গঠিত। এই তিনটি তলের মধ্যে দুটি তল বৃত্তাকার, যাদের ব্যাসার্ধ একই, বৃত্তাকার তলদ্বয়ের পরিধি বরাবর চারপাশে ঘিরে আছে একটি বক্রতল যা বৃত্তাকার তল দুটির পরিধির সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থান করে।

সুতরাং, যে সমস্ত ঘনবস্তুর উপর এবং নীচের তল বৃত্তাকার, সর্বসম এবং যার বক্রতল বৃত্তাকার তল দুটির পরিধি বরাবর লম্বভাবে অবস্থান করে তাকে লম্ব বৃত্তাকার চোঙ বলে।

লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমি (Base) : দুটি বৃত্তাকার তলের মধ্যে যে তলটির উপর চোঙটি দণ্ডায়মান থাকে তাকে চোঙের ভূমি বলে। উপরের চিত্রে B কেন্দ্রীয় বৃত্তাকার তলটিকে চোঙের ভূমি বলে।

লম্ব বৃত্তাকার চোঙের পার্শ্বতল (Lateral Surface) : চোঙটির বক্রতলকে পার্শ্বতল বলে।

চোঙের অক্ষরেখা (Axis) : বৃত্তাকার তল দুটির কেন্দ্রবিন্দু সংযোগকারী সরলরেখা AB-কে চোঙের অক্ষরেখা বলে। বক্রতলের প্রতিটি বিন্দু এই অক্ষরেখা থেকে সমদূরবর্তী।

লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা (Height) : বৃত্তাকার তল দুটির কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশকে চোঙের উচ্চতা বলে। চিত্রে, AB হল চোঙের উচ্চতা।

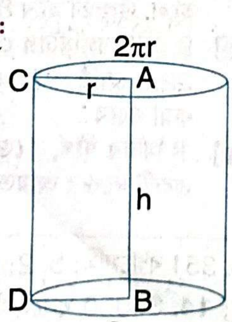
চোঙের উৎপাদক রেখা (Generating Line) : বক্রতলের উপর AB অক্ষের সমান্তরালে CD রেখাংশ সমদূরত্ব বজায় রেখে আবর্তন করে লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করেছে। সুতরাং, CD রেখাংশকে চোঙের উৎপাদক রেখা বলে।

সূত্রাবলি

(1) নিরেট চোঙ (Solid Cylinder) :

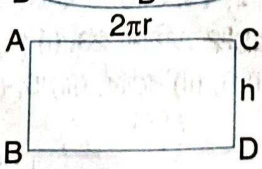
মনে করি, চোঙের বৃত্তাকার তলের ব্যাসার্ধ AC = BD = r একক এবং উচ্চতা = AB = CD = h একক।

$\therefore$ চোঙের বৃত্তাকার তল দুটির প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল πr^2 বর্গএকক।



I চোঙের ভূমির ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গএকক

বক্রতলটিকে উৎপাদক রেখা বরাবর কাটলে যে আয়তাকার ক্ষেত্র পাওয়া যায়, তার দৈর্ঘ্য = বৃত্তাকার তলের পরিধির দৈর্ঘ্য = $2\pi r$ একক এবং প্রস্থ = চোঙের উচ্চতার দৈর্ঘ্য = h একক



II চোঙের বক্রতলের বা পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল = আয়তাকার তলটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = $(2\pi r \times h)$ বর্গএকক = $2\pi rh$ বর্গএকক

III চোঙের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = প্রান্ত তল দুটির ক্ষেত্রফল + বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $(2\pi r^2 + 2\pi rh)$ বর্গএকক = $2\pi r(r+h)$ বর্গএকক

IV লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন বা ঘনফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা = $\pi r^2 h$ ঘনএকক

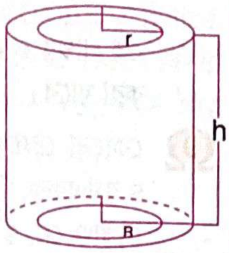
(2) ফাঁপা চোঙ (Hollow Cylinder) :

চোঙের বহির্ব্যাসার্ধ (External Radius) = R একক, অন্তঃব্যাসার্ধ (Internal Radius) = r একক এবং উচ্চতা h একক হলে,

I বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi Rh$ বর্গএকক

II ভিতরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গএকক

(iii) ফাঁপা চোঙের ভিতর এবং বাইরের বক্রতলের মোট ক্ষেত্রফল
$= (2\pi Rh + 2\pi rh)$ বর্গএকক
$= 2\pi h(R + r)$ বর্গএকক



(iv) ফাঁপা চোঙের আয়তন
$= (\pi R^2h - \pi r^2h)$ ঘনএকক
$= \pi h(R^2 - r^2)$ ঘনএকক

(v) ফাঁপা চোঙের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
= বক্রতল দুটির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি + প্রান্ত তল দুটির ক্ষেত্রফলের অন্তর
$= 2\pi h(R + r) + 2\pi(R^2 - r^2)$ বর্গএকক
$= 2\pi(R + r)(h + R - r)$ বর্গএকক

KNOWLEDGE Clip

0, 6, 24, 60, 120, 210, ? -এই সংখ্যা শ্রেণিটিতে '?' চিহ্নিত স্থানে নীচের কোন্ সংখ্যাটি বসবে?

এখানে $1^3 - 1 = 0,\ 2^3 - 2 = 6,\ 3^3 - 3 = 24, ...$

$\therefore$ '?' চিহ্নিত স্থানে বসবে $= 7^3 - 7 = 343 - 7 = 336$

জেনে রাখো

দুটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধ সমান হলে—
1. আয়তনের অনুপাত = উচ্চতার অনুপাত
2. আয়তনের অনুপাত = বক্রতলের অনুপাত
3. বক্রতলের অনুপাত = উচ্চতার অনুপাত

দুটি চোঙের উচ্চতা সমান হলে—
1. আয়তনের অনুপাত = $(\text{ব্যাসার্ধের})^2$ অনুপাত
2. আয়তনের অনুপাত = $(\text{বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের})^2$ অনুপাত
3. ব্যাসার্ধের অনুপাত = বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের অনুপাত

দুটি চোঙের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সমান হলে—
1. ব্যাসার্ধদ্বয়ের অনুপাত = উচ্চতাদ্বয়ের ব্যস্তানুপাত
2. আয়তনের অনুপাত = উচ্চতাদ্বয়ের ব্যস্তানুপাত
3. আয়তনের অনুপাত = ব্যাসার্ধদ্বয়ের অনুপাত

দুটি চোঙের আয়তন সমান হলে—
1. ব্যাসার্ধদ্বয়ের অনুপাত = উচ্চতাদ্বয়ের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাত
2. বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত = ব্যাসার্ধদ্বয়ের ব্যস্তানুপাত
3. বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত = উচ্চতাদ্বয়ের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাত

প্রয়োগ

সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-2)

1 50 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন 2 ঘনমিটার হলে, ওর ভূমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। *[Uttarpara Govt High School '17]*

সমাধান ধরি, লম্ব বৃত্তাকার চোঙটির ভূমির ব্যাসার্ধ = r মিটার

উচ্চতা (h) = 50 সেমি $= \frac{50}{100}$ মিটার $= \frac{1}{2}$ মিটার

$\therefore$ লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন $= \pi r^2h = \left(\pi \times r^2 \times \frac{1}{2}\right)$ ঘনমিটার

শর্তানুসারে, $\pi \times r^2 \times \frac{1}{2} = 2$ বা, $\pi r^2 = 4$

$\therefore$ চোঙের ভূমির ক্ষেত্রফল 4 বর্গমিটার।

2 একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল যত বর্গমিটার, চোঙটির ঘনফল তত ঘনমিটার। চোঙটির ভূমির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। *[Howrah Zilla School '16]*

সমাধান মনে করি, লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ r মিটার এবং উচ্চতা h মিটার।

$\therefore$ চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গমিটার এবং চোঙের ঘনফল বা আয়তন $= \pi r^2h$ ঘনমিটার

শর্তানুসারে, $\pi r^2h = 2\pi rh$ বা, $r = 2$

$\therefore$ চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ 2 মিটার

$\therefore$ চোঙের ভূমির ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{22}{7} \times 2^2\right)$ বর্গমিটার

$= \frac{88}{7}$ বর্গমিটার $= 12\frac{4}{7}$ বর্গমিটার

3 একটি ঘরের বারান্দায় 2.1 ডেসিমি ব্যাসার্ধের তিনটি লম্ব বৃত্তাকার থাম আছে। প্রতি থামের উচ্চতা 3.4 মিটার। থামগুলির পার্শ্বতলের মোট ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান প্রতিটি থামের ব্যাসার্ধ (r) = 2.1 ডেসিমি $= \frac{21}{10}$ ডেসিমি এবং উচ্চতা (h) = 3.4 মিটার = 34 ডেসিমি

$\therefore$ প্রতিটি থামের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{10} \times 34\right)$ বর্গডেসিমি

$\therefore$ তিনটি থামের পার্শ্বতলের মোট ক্ষেত্রফল

$= \left(3 \times 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{10} \times 34\right)$ বর্গডেসিমি

= 1346.4 বর্গডেসিমি

4 একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধ 50% বৃদ্ধি এবং উচ্চতা 20% হ্রাস করা হলে, আয়তন কত শতাংশ বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

সমাধান ধরি, লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধ = r একক এবং উচ্চতা = h একক। $\therefore$ চোঙের আয়তন $= \pi r^2h$ ঘনএকক

পরিবর্তিত চোঙের ব্যাসার্ধ $= \left(r + r \times \frac{50}{100}\right)$ একক

$= \left(r + r \times \frac{1}{2}\right)$ একক $= \frac{3r}{2}$ একক

এবং পরিবর্তিত চোঙের উচ্চতা $= \left(h - h \times \frac{20}{100}\right)$ একক

$= \left(h - \frac{h}{5}\right)$ একক $= \frac{4h}{5}$ একক

$\therefore$ পরিবর্তিত চোঙের আয়তন $= \left[\pi \times \left(\frac{3r}{2}\right)^2 \times \frac{4h}{5}\right]$ ঘনএকক

$= \left[\pi \times \frac{9r^2}{4} \times \frac{4h}{5}\right]$ ঘনএকক $= \left[\frac{9}{5} \times \pi r^2h\right]$ ঘনএকক

$\therefore$ আয়তন বৃদ্ধি $= \left(\frac{9}{5}\pi r^2h - \pi r^2h\right)$ ঘনএকক

$= \left(\frac{9}{5} - 1\right)\pi r^2h$ ঘনএকক $= \frac{4}{5}\pi r^2h$ ঘনএকক

$\therefore$ আয়তন বৃদ্ধির হার $= \frac{\frac{4}{5}\pi r^2h}{\pi r^2h} \times 100\% = 80\%$

5 একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাস 50% কমানো হল। আয়তন অপরিবর্তিত রাখতে হলে তারটির দৈর্ঘ্য কত শতাংশ বাড়াতে হবে? *[Madhyamik '19, '12]*

সমাধান ধরি, কোনো তারের ব্যাসার্ধ = r একক এবং দৈর্ঘ্য = h একক

Shot by @lam realme

∴ তারটির আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনএকক

এখন, তারের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাস 50% কমালে ব্যাসার্ধও 50% হ্রাস পাবে।

∴ পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ = $\left(r \times \frac{50}{100}\right)$ একক = $\frac{r}{2}$ একক

মনে করি, পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য = h_1

শর্তানুসারে, $\pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^2 \times h_1 = \pi r^2 h$

বা, $\frac{h_1}{4} = h$ বা, $h_1 = 4h$

∴ তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = $(4h - h)$ একক = $3h$ একক

∴ তারটির দৈর্ঘ্য বাড়াতে হবে = $\frac{3h}{h} \times 100\% = 300\%$

6 **20 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের দৈর্ঘ্যের লম্ব বরাবর যে-কোনো একটি ছেদের ক্ষেত্রফল 300 বর্গসেমি হলে, চোঙটির আয়তন কত?**

[Cooch Behar Sadar Govt High School '18]

সমাধান চোঙটির উচ্চতা (h) = 20 সেমি

চোঙের দৈর্ঘ্যের লম্ব বরাবর যে-কোনো একটি ছেদের ক্ষেত্রফল = চোঙের ভূমির ক্ষেত্রফল = 300 বর্গসেমি

∴ চোঙটির আয়তন = চোঙের ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা = 300 বর্গসেমি × 20 সেমি = 6000 ঘনসেমি

7 **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল 4400 বর্গসেমি ও তার ভূমির পরিসীমা 110 সেমি হলে, চোঙটির উচ্চতা ও আয়তন নির্ণয় করো।**

[Burdwan Municipal Girls' High School '16]

সমাধান মনে করি, চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ = r সেমি এবং উচ্চতা = h সেমি

∴ চোঙের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গসেমি এবং চোঙের ভূমির পরিসীমা = $2\pi r$ সেমি

প্রথম শর্তানুসারে, $2\pi rh = 4400$ ... (i)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে, $2\pi r = 110$ ... (ii)

(i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{2\pi rh}{2\pi r} = \frac{4400}{110}$ বা, $h = 40$

∴ চোঙের উচ্চতা = 40 সেমি

(ii) নং থেকে পাই, $2 \times \frac{22}{7} \times r = 110$

বা, $r = \frac{\overset{5}{\cancel{110}}}{} \times \frac{7}{\underset{2}{\cancel{22}}} \times \frac{1}{2} = \frac{35}{2}$

∴ চোঙের আয়তন $(\pi r^2 h) = \left(\frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{\cancel{7}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{35}}}{\cancel{2}} \times \frac{35}{\cancel{2}} \times \overset{20}{\cancel{40}}\right)$ ঘনসেমি

= 38500 ঘনসেমি

8 **4 মিটার ব্যাসের, 56 মিটার লম্বা একটি লম্ব-বৃত্তাকার টানেল কাটতে গিয়ে যে পরিমাণ পাথর ও মাটি পাওয়া গেল তা দিয়ে 48 মিটার দীর্ঘ, 16.5 মিটার প্রশস্ত এবং 4 মিটার গভীর খাদের কত অংশ ভরাট করা যাবে?** *[Madhyamik '91]*

সমাধান টানেলের ব্যাসার্ধ = $\frac{4}{2}$ মিটার = 2 মিটার

টানেলের দৈর্ঘ্য = 56 মিটার

∴ টানেলের আয়তন = $\left(\frac{22}{7} \times (2)^2 \times 56\right)$ ঘনমিটার

= 704 ঘনমিটার

খাদের দৈর্ঘ্য = 48 মিটার, প্রস্থ = 16.5 মিটার এবং গভীরতা = 4 মিটার

∴ খাদের আয়তন = $(48 \times 16.5 \times 4)$ ঘনমিটার = 3168 ঘনমিটার

∴ ওই পাথর ও মাটি দিয়ে খাদের $\frac{\overset{\overset{2}{22}}{\cancel{704}}}{\underset{\underset{9}{99}}{\cancel{3168}}}$ অংশ = $\frac{2}{9}$ অংশ ভরাট করা যাবে।

9 **কোনো চোঙের আয়তন v ঘনএকক, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল s বর্গএকক, উচ্চতা h একক এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r একক হলে, দেখাও যে, $s = 2v\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right)$।**

[Sargachi R K Mission High School '17]

সমাধান প্রদত্ত চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ = r একক এবং উচ্চতা = h একক

∴ চোঙের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনএকক

এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$ বর্গএকক

∴ $v = \pi r^2 h$ এবং $s = 2\pi r(r + h)$

∵ $s = 2\pi r(r + h) = 2\pi r \times rh\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right)$

বা, $s = 2\pi r^2 h\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right) = 2v\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{r}\right)$ **(প্রমাণিত)**

10 **লোহার পাত দিয়ে একটি একমুখ খোলা লম্ব বৃত্তাকার ড্রাম তৈরি করতে 770 বর্গমিটার পাত লাগে। ড্রামটির ব্যাস যদি 14 মিটার হয়, তবে তার উচ্চতা কত?**

[Bankura Christian Collegiate School '17]

সমাধান লম্ব বৃত্তাকার ড্রামের ভূমির ব্যাসার্ধ = $\frac{14}{2}$ মিটার = 7 মিটার

ধরি, ড্রামটির উচ্চতা = h মিটার

∴ একমুখ খোলা লম্ব বৃত্তাকার ড্রামটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= $(\pi r^2 + 2\pi r\, h)$ বর্গমিটার

= $(\pi \times 7^2 + 2 \times \pi \times 7 \times h)$ বর্গমিটার

= $\left(\frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{7}{\cancel{49}} + 2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times h\right)$ বর্গমিটার

= $(154 + 44h)$ বর্গমিটার

শর্তানুসারে, $154 + 44h = 770$ বা, $44h = 770 - 154$

বা, $44h = 616$ বা, $h = \frac{\overset{14}{\cancel{616}}}{\cancel{44}}$ বা, $h = 14$

∴ ড্রামটির উচ্চতা 14 মিটার।

11 **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ক্ষেত্রফল 154 বর্গসেমি, উচ্চতা 10 সেমি। চোঙটি অর্ধেক জলপূর্ণ আছে। এখন চোঙটিকে উচ্চতা বরাবর ভূমিতে শায়িত করলে চোঙের ভিতরে জলের উপরিতলের ক্ষেত্রফল কত হবে?**

[Bankura Zilla School '16]

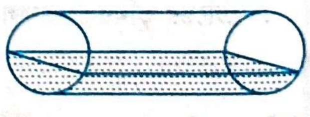
সমাধান চোঙের উচ্চতা (h) = 10 সেমি

মনে করি, চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ = r সেমি

শর্তানুসারে, $\pi r^2 = 154$ বা, $\frac{22}{7} \times r^2 = 154$

বা, $r^2 = \overset{7}{\cancel{154}} \times \frac{7}{\cancel{22}}$ বা, $r^2 = 49$ বা, $r = 7$

∴ চোঙটির ভূমির ব্যাসার্ধ 7 সেমি।



এখন, চোঙটিকে উচ্চতা বরাবর ভূমিতে শায়িত করা হয়েছে।

যেহেতু চোঙটি অর্ধেক জলপূর্ণ আছে, তাই এই অবস্থায় জলতলের উচ্চতা হবে 7 সেমি (ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের সমান)

∴ চোঙের ভিতরের জলের উপরিতলের (আয়তাকার ক্ষেত্রের) দৈর্ঘ্য = 10 সেমি এবং প্রস্থ = 14 সেমি

∴ ক্ষেত্রফল = (10×14) বর্গসেমি = 140 বর্গসেমি

realme Shot by @lam

12 ঢাকনাসহ একটি লম্ব বৃত্তাকার জলের ড্রামের ব্যাস 6.3 ডেসিমি এবং উচ্চতা 9.1 ডেসিমি। প্রতি বর্গডেসিমি 0.60 টাকা হিসাবে ড্রামটির বাইরের চারপাশ রং করতে কত খরচ পড়বে নির্ণয় করো। *[Tripura Madhyamik '91]*

সমাধান ড্রামের ব্যাসার্ধ $= \frac{6.3}{2}$ ডেসিমি $= \frac{63}{20}$ ডেসিমি এবং

উচ্চতা (h) = 9.1 ডেসিমি $= \frac{91}{10}$ ডেসিমি

∴ ড্রামটির বাইরের চারপাশের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r+h)$ বর্গডেসিমি

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times \frac{63}{20} \times \left(\frac{63}{20} + \frac{91}{10}\right)\right]$ বর্গডেসিমি

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times \frac{63}{20} \times \frac{245}{20}\right]$ বর্গডেসিমি

∴ ড্রামটির বাইরের চারপাশ রং করতে খরচ পড়বে

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times \frac{63}{20} \times \frac{245}{20} \times 0.60\right]$ টাকা

$= \left[2 \times \frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{\cancel{7}} \times \frac{\overset{9}{\cancel{63}}}{\underset{10}{\cancel{20}}} \times \frac{\overset{49}{\cancel{245}}}{\cancel{20}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{60}}}{\underset{\underset{10}{\cancel{20}}}{\cancel{100}}}\right]$ টাকা = 145.53 টাকা

13 একটি লম্ব বৃত্তাকার ড্রামের ব্যাস 8.4 ডেসিমি এবং উচ্চতা 1.2 মিটার। জলপূর্ণ এই ড্রামটিতে একটি 3.5 ডেসিমি দৈর্ঘ্য, 3 ডেসিমি প্রস্থ ও 5 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি আয়তঘন লোহার ব্লক ফেললে ড্রামটিতে কতটা জল থাকবে?

সমাধান ড্রামের ব্যাসার্ধ (r) $= \frac{8.4}{2}$ ডেসিমি $= \frac{42}{10}$ ডেসিমি

এবং উচ্চতা (h) = 1.2 মিটার = 12 ডেসিমি

∴ ড্রামটিতে যে পরিমাণ জল আছে তার আয়তন

$= \left[\frac{22}{7} \times \left(\frac{42}{10}\right)^2 \times 12\right]$ ঘনডেসিমি

$= \left[\frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\overset{6}{\cancel{42}}}{10} \times \frac{42}{10} \times 12\right]$ লিটার = 665.28 লিটার

লোহার ব্লকের দৈর্ঘ্য (a) = 3.5 ডেসিমি, প্রস্থ (b) = 3 ডেসিমি

এবং উচ্চতা (c) = 5 সেমি = 0.5 ডেসিমি

∴ লোহার ব্লকের আয়তন = (3.5 × 3 × 0.5) ঘনডেসিমি

= 5.25 ঘনডেসিমি = 5.25 লিটার

এখন, লোহার ব্লকটির আয়তনের সমপরিমাণ জল অপসারিত হবে।

∴ লোহার ব্লকটি যে পরিমাণ জল অপসারিত করে তার আয়তন = 5.25 লিটার।

∴ লোহার ব্লক ড্রামে ফেলার ফলে ড্রামটিতে জল থাকবে

= (665.28 – 5.25) লিটার = 660.03 লিটার

14 4 সেমি ব্যাসের একটি পাম্প মিনিটে 175 মিটার জল তুলতে পারে। পাম্পটি কত মিনিট চালালে 2.2 মিটার লম্বা, 1.8 মিটার চওড়া এবং 1 মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি জলশূন্য ট্যাংক জলপূর্ণ হবে? *[Madhyamik '92]*

সমাধান ট্যাংকটির দৈর্ঘ্য = 2.2 মিটার = 22 ডেসিমি

প্রস্থ = 1.8 মিটার = 18 ডেসিমি

উচ্চতা = 1 মিটার = 10 ডেসিমি

∴ ট্যাংকটির আয়তন = (22 × 18 × 10) ঘনডেসিমি

∴ ট্যাংকটিতে জল ধরে = (22 × 18 × 10) লিটার

আবার, পাম্পটির ব্যাসার্ধ $= \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{2} \times \underset{5}{\cancel{10}}}$ ডেসিমি $= \frac{1}{5}$ ডেসিমি

∴ পাম্পটি 1 মিনিটে যে জল তুলতে পারে (175 মিটার) তার

আয়তন $= \left(\frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{1}{\cancel{5}} \times \frac{1}{\cancel{5}} \times \overset{\overset{\overset{10}{\cancel{50}}}{\cancel{350}}}{\cancel{1750}}\right)$ লিটার

[∵ 175 মিটার = 1750 ডেসিমি = 1750 লিটার]

= 220 লিটার

∴ ট্যাংকটি জলপূর্ণ করতে সময় লাগবে $= \left(\frac{\cancel{22 \times 18 \times 10}}{\cancel{220}}\right)$ মিনিট

= 18 মিনিট

15 1.2 মিটার ব্যাসবিশিষ্ট এবং 8.4 মিটার লম্বা একটি পেট্রোল ট্যাঙ্কে যে পেট্রোল ধরে তা দিয়ে 4 ডেসিমি লম্বা, 2 ডেসিমি চওড়া এবং 3 ডেসিমি উঁচু কতগুলি টিন ভর্তি করা যায়? *[High Madrasah '86]*

সমাধান পেট্রোল ট্যাঙ্কের ব্যাসার্ধ (r) $= \frac{1.2}{2}$ মিটার = 6 ডেসিমি

পেট্রোল ট্যাঙ্কের দৈর্ঘ্য (h) = 8.4 মিটার = 84 ডেসিমি

∴ পেট্রোল ট্যাঙ্কের ভিতরে যে পেট্রোল ধরে তার আয়তন

$= \left(\frac{22}{\cancel{7}} \times 6 \times 6 \times \overset{12}{\cancel{84}}\right)$ ঘনডেসিমি

= (22 × 6 × 6 × 12) ঘনডেসিমি

এখন, প্রতিটি টিনের ভিতর যে পরিমাণ তেল ধরে তার আয়তন

= (4 × 2 × 3) ঘনডেসিমি

∴ টিনের সংখ্যা $= \left(\frac{22 \times 6 \times \overset{3}{\cancel{6}} \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\cancel{4} \times \cancel{2} \times \cancel{3}}\right)$ টি = 396 টি

দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-4)

16 একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা এবং ভূমির ব্যাসার্ধের অনুপাত 3 : 1। চোঙটির আয়তন 1029π ঘনসেমি হলে চোঙটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। *[Madhyamik '14]*

সমাধান মনে করি, লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা (h) = $3x$ সেমি

ভূমির ব্যাসার্ধ (r) = x সেমি [x = অশূন্য আনুপাতিক ধ্রুবক]

∴ আয়তন $= \pi x^2(3x)$ ঘনসেমি $= 3\pi x^3$ ঘনসেমি

শর্তানুসারে, $3\pi x^3 = 1029\pi$

বা, $3x^3 = 1029$ বা, $x^3 = \frac{1029}{3}$ বা, $x^3 = 343$

বা, $x^3 = 7^3$ বা, $x = 7$

∴ ভূমির ব্যাসার্ধ (r) = 7 সেমি ও উচ্চতা (h) = (3 × 7) সেমি = 21 সেমি

∴ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r+h)$ বর্গসেমি

$= \left[2 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times (7 + 21)\right]$ বর্গসেমি

$= [2 \times 22 \times 28]$ বর্গসেমি = 1232 বর্গসেমি

17 একটি ঢাকনাসমেত চোঙাকৃতি জলের ট্যাঙ্কের ভূমির ক্ষেত্রফল 616 বর্গমিটার এবং উচ্চতা 21 মিটার। ওই ট্যাঙ্কের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। *[Madhyamik '17]*

সমাধান ধরি, ঢাকনাসমেত চোঙাকৃতি জলের ট্যাঙ্কের

ভূমির ব্যাসার্ধ = r মিটার, উচ্চতা (h) = 21 মিটার

∴ ভূমির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গমিটার

শর্তানুসারে, $\pi r^2 = 616$ বা, $\frac{22}{7} \times r^2 = 616$

বা, $r^2 = \overset{28}{\cancel{\overset{56}{\cancel{616}}}} \times \frac{7}{\cancel{22}_{\cancel{2}}}$ বা, $r^2 = 28 \times 7$ বা, $r^2 = 2^2 \times 7^2$

বা, $r = 2 \times 7$ বা, $r = 14$

$\therefore$ সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গমিটার

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times 14\ (14 + 21)\right]$ বর্গমিটার

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 35\right]$ বর্গমিটার $= 3080$ বর্গমিটার

18 **6 মিটার লম্বা একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি লোহার ফাঁপা পাইপের ভিতরের এবং বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 3.5 সেমি ও 4.2 সেমি। পাইপটিতে কত লোহা আছে? এক ঘনডেসিমি লোহার ওজন 5 কিগ্রা হলে পাইপটির ওজন কত?** *[Madhyamik '09]*

সমাধান লম্ব বৃত্তাকার পাইপের দৈর্ঘ্য (h) = 6 মিটার = 600 সেমি

বহির্ব্যাসার্ধ (R) সেমি $= \frac{4.2}{2}$ সেমি $= 2.1$ সেমি

অন্তঃব্যাসার্ধ (r) $= \frac{3.5}{2}$ সেমি $= 1.75$ সেমি

পাইপটিতে লোহা আছে $= \pi(R^2 - r^2)h$ ঘনসেমি

$= \left[\frac{22}{7}\left\{(2.1)^2 - (1.75)^2\right\} \times 600\right]$ ঘনসেমি

$= \left[\frac{22}{7}(2.1 + 1.75)\ (2.1 - 1.75) \times 600\right]$ ঘনসেমি

$= \left[\frac{22}{7} \times 3.85 \times 0.35 \times 600\right]$ ঘনসেমি

$= \left[\frac{22}{7} \times \frac{385}{100} \times \frac{35}{100} \times \frac{600}{1000}\right]$ ঘনডেসিমি

[1 ঘনডেসিমি = 1000 ঘনসেমি]

$= \left[\frac{11 \times 77 \times 3}{1000}\right]$ ঘনডেসিমি $= \frac{2541}{1000}$ ঘনডেসিমি

$= 2.541$ ঘনডেসিমি

1 ঘনডেসিমি লোহার ওজন 5 কেজি হলে পাইপটির ওজন

$= (2.541 \times 5)$ কেজি $= 12.705$ কেজি

19 **14 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি পাত্রে কিছু জল আছে। ওই জলে 11.2 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট এবং 10 সেমি লম্বা একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি টুকরো সম্পূর্ণ ডোবানো হল। জলতল কী পরিমাণে উপরে উঠবে?** *[Barasat PCS Govt High School '00]*

সমাধান মনে করি, চোঙাকৃতি পাত্রে জলতল h সেমি উঠবে ও চোঙাকৃতি পাত্রের ব্যাসার্ধ $= \frac{14}{2}$ সেমি $= 7$ সেমি

$\therefore$ বর্ধিত জলের আয়তন $= [\pi(7)^2 \times h]$ ঘনসেমি

নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি টুকরোর ব্যাসার্ধ

$= \frac{11.2}{2}$ সেমি $= 5.6$ সেমি ও দৈর্ঘ্য $= 10$ সেমি

$\therefore$ আয়তন $= [\pi(5.6)^2 \times 10]$ ঘনসেমি

শর্তানুসারে, $\pi \times (7)^2 \times h = \pi\ (5.6)^2 \times 10$

বা, $7 \times 7 \times h = 5.6 \times 5.6 \times 10$

বা, $h = \frac{5.6 \times 5.6 \times 10}{7 \times 7} = \frac{56 \times 56 \times 10}{10 \times 10 \times 7 \times 7} = \frac{64}{10} = 6.4$

$\therefore$ জলতল 6.4 সেমি উপরে উঠবে।

20 **তিনটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের প্রত্যেকটির উচ্চতা 20 সেমি এবং ব্যাস 12 সেমি। যদি চোঙ তিনটি পরস্পরকে স্পর্শ করে, তবে তাদের দ্বারা সীমাবদ্ধ অংশের আয়তন নির্ণয় করো।**

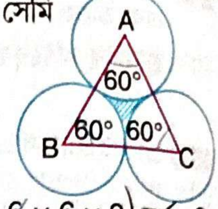
সমাধান তিনটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের প্রত্যেকটির ব্যাসার্ধ

$= \frac{12}{2}$ সেমি $= 6$ সেমি ও উচ্চতা 20 সেমি

A, B, C হল চোঙের ভূমিতলের কেন্দ্রবিন্দু।

এর ফলে ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি হয়েছে।

যার বাহুর দৈর্ঘ্য (6 + 6) সেমি = 12 সেমি



এবং প্রতিটি বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

$= \left[\frac{60}{360} \times \pi(6)^2\right]$ বর্গসেমি

$\therefore$ সীমাবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12 \times 12 - \frac{60}{360} \times \pi \times 6 \times 6 \times 3\right)$ বর্গসেমি

$= (36\sqrt{3} - 18\pi)$ বর্গসেমি

সীমাবদ্ধ অংশের আয়তন = সীমাবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$= [(36\sqrt{3} - 18\pi) \times 20]$ ঘনসেমি

$= [18(2\sqrt{3} - \pi) \times 20]$ ঘনসেমি

$= [360(2\sqrt{3} - \pi)]$ ঘনসেমি

21 **একটি লম্ব বৃত্তাকার নিরেট তামার চোঙের উচ্চতা 4.9 সেমি ও ভূমির ব্যাস 3 সেমি; এর উপরের প্রান্ত থেকে চোঙটির অক্ষ বরাবর ছোটো একটি চোঙ কেটে সরিয়ে নিয়ে ওই ফাঁপা স্থানে 2.2 ঘনসেমি আয়তনের অ্যালুমিনিয়াম চোঙ দ্বারা যথাযথভাবে ভরাট করে দেওয়া হল। ছোটো চোঙ সরিয়ে নেওয়া অবস্থায় তামার চোঙের আয়তন এবং ছোটো অ্যালুমিনিয়াম চোঙের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো।**

সমাধান নিরেট লম্ব বৃত্তাকার তামার চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ $= \frac{3}{2}$ সেমি ও চোঙের উচ্চতা $= 4.9$ সেমি

$\therefore$ আয়তন $= \left[\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 4.9\right]$ ঘনসেমি

$= \left[\frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{49}{10}\right]$ ঘনসেমি $= 34.65$ ঘনসেমি

$\therefore$ ছোটো একটি চোঙ কেটে সরিয়ে নিয়ে ওই ফাঁপা স্থান ছোটো অ্যালুমিনিয়াম চোঙ দ্বারা ভরাট করা হয় এবং অ্যালুমিনিয়াম চোঙের আয়তন 2.2 ঘনসেমি।

$\therefore$ ছোটো চোঙ সরিয়ে নেওয়া অবস্থায় তামার চোঙের আয়তন এবং ছোটো অ্যালুমিনিয়াম চোঙের আয়তনের অনুপাত

$= (34.65 - 2.2) : 2.2 = 32.45 : 2.2$

$= \frac{3245}{100} : \frac{22}{10} = \frac{3245}{100} \times 100 : \frac{22}{10} \times 100$

$= 3245 : 220 = 649 : 44 = 59 : 4$

অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-1)

22 সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :

I **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বৃত্তাকার তলের ব্যাসার্ধ r, চোঙের উচ্চতা h হলে, চোঙের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল—**

(a) $4\pi rh$ (b) πrh (c) $2\pi rh$ (d) $3\pi rh$ **c**

II **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা ও ব্যাস সমান। চোঙটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত—**

(a) 2 : 3 (b) 3 : 2 (c) 1 : 2 (d) 2 : 1 **b**

III **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা প্রত্যেকটি 100% বাড়ালে, চোঙটির আয়তন বাড়বে—**

(a) 200% (b) 100% (c) 400% (d) 700% **d**

iv) দুটি নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $(r + 1)$ সেমি এবং $(r - 1)$ সেমি। যদি চোঙ দুটির প্রত্যেকটির উচ্চতা 14 সেমি ও তাদের ঘনফলের সমষ্টি 4400 ঘনসেমি হয়, তবে r-এর মান—

(a) 8 সেমি (b) 9 সেমি (c) 7 সেমি (d) 6 সেমি। **c**

v) একটি সিলিন্ডারের দুটি বৃত্তীয় তলের ক্ষেত্রফলের যোগফলের চার গুণ, সিলিন্ডারটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণের সমান। সিলিন্ডারটির উচ্চতা যদি 8 সেমি হয়, তাহলে তার ব্যাস নির্ণয় করো।

(a) 4 সেমি (b) 8 সেমি (c) 2 সেমি (d) 6 সেমি। **b**

vi) P এবং Q দুটি সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল সমান। প্রত্যেকটি সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ অন্যটির উচ্চতার সঙ্গে সমান। দুটি সিলিন্ডারের আয়তনের যোগফল 250π ঘনসেমি। সিলিন্ডার দুটির বক্রতলের মোট ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো (বর্গসেমি এককে)।

(a) 80π (b) 100π (c) 60π (d) 120π **b**

23 শূন্যস্থান পূরণ করো :

	প্রশ্ন	উত্তর
(i)	নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের কোনো ______ নেই। *[Mahesh Sri RK Ashram Vivekananda Vidyalaya '16]*	শূন্যস্থান
(ii)	লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাসের দৈর্ঘ্য 12 সেমি, উচ্চতা 21 সেমি, চোঙের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল ______ বর্গসেমি।	792
(iii)	একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের সমতলের সংখ্যা ______। *[WBBSE Sample Question '17]*	2
(iv)	একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা 2r একক। চোঙটির মধ্যে সর্ববৃহৎ যে গোলকটি রাখা যাবে তার ব্যাস হবে ______। *[Barasat PCS Govt High School '17]*	2r একক
(v)	দুই মুখ খোলা ফাঁপা লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বহির্ব্যাসার্ধ r_1 একক, অন্তঃব্যাসার্ধ r_2 একক এবং উচ্চতা h একক হলে চোঙের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল হবে ______ বর্গএকক। *[Katwa Kashiram Das Institution '16]*	$2\pi(r_1 + r_2)(h + r_1 - r_2)$ বর্গএকক

24 সত্য / মিথ্যা যাচাই করো

	প্রশ্ন	উত্তর
(i)	একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা ও ব্যাসার্ধ সমান হলে তার আয়তন πr^3 ঘনএকক।	সত্য
(ii)	লম্ব বৃত্তাকার চোঙের দুটি প্রান্তীয় তলের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি πr^2 বর্গএকক।	মিথ্যা
(iii)	একই উচ্চতাবিশিষ্ট চারটি চোঙের মধ্যে প্রথম তিনটির ব্যাসার্ধ r_1 সেমি, r_2 সেমি, r_3 সেমি হলে এই তিনটি চোঙের আয়তনের সমষ্টির সমান আয়তনবিশিষ্ট চতুর্থ চোঙের ব্যাসার্ধ $\sqrt{r_1^2+r_2^2+r_3^2}$ সেমি।	সত্য
(iv)	দুটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন সমান, কিন্তু প্রথমটির ও দ্বিতীয়টির ব্যাসার্ধের অনুপাত $1 : \sqrt{3}$ হলে, তাদের উচ্চতার অনুপাত 3 : 1 হবে।	সত্য

পাঠ্যপুস্তক-এর সমস্যার সমাধান

(কষে দেখি)

1. পাশের চিত্রের ঘনবস্তুটি দেখি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর লিখি।

i) ছবির ঘনবস্তুটির ______ টি তল। *[Madhyamik '19]* **3টি**

ii) ছবির ঘনবস্তুটির ______ টি বক্রতল ও ______ টি সমতল। **1টি, 2টি**

2. আমার বাড়ির 5টি ঘনবস্তুর নাম লিখি যাদের আকার লম্ব বৃত্তাকার চোঙ।

সমাধান বাড়ির 5টি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি ঘনবস্তুর নাম—জলের গ্লাস, গ্যাস সিলিন্ডার, টিউবলাইট, ব্যাটারি, পাইপ।

3. স্টিলের পাতলা চাদর দিয়ে তৈরি ঢাকনাসমেত একটি ড্রামের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 28 সেমি। ড্রামটি তৈরি করতে যদি 2816 বর্গসেমি চাদর লাগে, তবে ড্রামটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

সমাধান মনে করি, ড্রামটির উচ্চতা h সেমি

ড্রামটির ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{28}{2}$ সেমি = 14 সেমি

তাহলে ড্রামটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(h + r)$ বর্গসেমি

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times 14\,(h + 14)\right]$ বর্গসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $2 \times \frac{22}{7} \times 14(h + 14) = 2816$

বা, $h + 14 = \frac{2816 \times 7}{2 \times 22 \times 14} = 32$

বা, $h = 32 - 14 = 18$

∴ ড্রামটির উচ্চতা 18 সেমি।

4 একটি ঘরের বারান্দায় 5.6 ডেসিমি ব্যাসের এবং 2.5 মিটার লম্বা দুটি লম্ব বৃত্তাকার পিলার ঢালাই করতে কত ঘনডেসিমি মশলা লাগবে হিসাব করে লিখি। প্রতি বর্গমিটার 125 টাকা হিসাবে পিলার দুটি প্লাস্টার করতে কত খরচ হবে হিসাব করি।

সমাধান ঘরের পিলারের ব্যাস = 5.6 ডেসিমিটার

∴ ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{5.6}{2}$ ডেসিমিটার = 2.8 ডেসিমিটার

উচ্চতা (h) = 2.5 মিটার = 25 ডেসিমিটার

∴ 1 টি পিলারের আয়তন = πr^2h ঘনডেসিমি

$= \left(\frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \times 25\right)$ ঘনডেসিমি

∴ 2 টি পিলারের আয়তন

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \times 25\right)$ ঘনডেসিমি = 1232 ঘনডেসিমি

∴ পিলার দুটি ঢালাই করতে 1232 ঘনডেসিমি মশলা লাগবে।

আবার পিলার দুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2 \times 2\pi rh$

$= \left(2 \times 2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 25\right)$ বর্গডেসিমি = 880 বর্গডেসিমি

$= \frac{880}{100}$ বর্গমিটার

∴ পিলার দুটি প্লাস্টার করতে মোট খরচ = $\frac{880}{100} \times 125$ টাকা

= 1100 টাকা

5 2.8 ডেসিমি দৈর্ঘ্যের অন্তঃব্যাসবিশিষ্ট এবং 7.5 ডেসিমি লম্বা একটি জ্বালানি গ্যাস সিলিন্ডারে 15.015 কিগ্রা গ্যাস থাকলে, প্রতি ঘনডেসিমি গ্যাসের ওজন হিসাব করে লিখি।

[Madhyamik '15]

সমাধান গ্যাস সিলিন্ডারের ব্যাস = 2.8 ডেসিমি

∴ ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{2.8}{2}$ ডেসিমি = 1.4 ডেসিমি

উচ্চতা (h) = 7.5 ডেসিমি

∴ সিলিন্ডারের আয়তন = πr^2h ঘনডেসিমি

$= \left(\frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 7.5\right)$ ঘনডেসিমি = 46.2 ঘনডেসিমি

46.2 ঘনডেসিমি গ্যাসের ওজন = 15.015 কিগ্রা

∴ 1 ঘনডেসিমি গ্যাসের ওজন = $\frac{15.015}{46.2}$ কিগ্রা = 0.325 কিগ্রা

= 325 গ্রাম

6 সমান ব্যাস ও সমান উচ্চতাবিশিষ্ট তিনটি জারের প্রথমটির $\frac{2}{3}$ অংশ, দ্বিতীয়টির $\frac{5}{6}$ অংশ এবং তৃতীয়টির $\frac{7}{9}$ অংশ লঘু সালফিউরিক অ্যাসিডে পূর্ণ ছিল। ওই তিনটি জারের অ্যাসিড যদি 2.1 ডেসিমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের একটি জারে রাখা হয়, তবে জারে অ্যাসিডের উচ্চতা 4.1 ডেসিমি হয়। প্রথম তিনটি জারের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 1.4 ডেসিমি হলে, তাদের উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

সমাধান মনে করি, তিনটি জারের উচ্চতা = h ডেসিমি

তিনটি জারের ব্যাসার্ধ = $\frac{1.4}{2}$ ডেসিমি = 0.7 ডেসিমি

∴ প্রথম জারে অ্যাসিডের পরিমাণ = $\pi \times (0.7)^2 \times \frac{2}{3}h$ ঘনডেসিমি

দ্বিতীয় জারে অ্যাসিডের পরিমাণ = $\pi \times (0.7)^2 \times \frac{5}{6}h$ ঘনডেসিমি

তৃতীয় জারে অ্যাসিডের পরিমাণ = $\pi \times (0.7)^2 \times \frac{7}{9}h$ ঘনডেসিমি

∴ তিনটি জারে অ্যাসিডের মোট পরিমাণ

$= \left\{\pi \times (0.7)^2 \times \frac{2}{3}h + \pi \times (0.7)^2 \times \frac{5}{6}h + \pi \times (0.7)^2 \times \frac{7}{9}h\right\}$ ঘনডেসিমি

$= \left\{\pi \times (0.7)^2 \times \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right)h\right\}$ ঘনডেসিমি

$= \left\{\pi \times (0.7) \times (0.7) \times \frac{41}{18}h\right\}$ ঘনডেসিমি

আবার বড়ো জারের ব্যাসার্ধ = $\frac{2.1}{2}$ ডেসিমি এবং

উচ্চতা = 4.1 ডেসিমি

∴ বড়ো জারের আয়তন = $\pi \times \left(\frac{2.1}{2}\right)^2 \times 4.1$ ঘনডেসিমি

প্রশ্নানুযায়ী,

$\pi \times (0.7) \times (0.7) \times \frac{41}{18}h = \pi \times \frac{2.1}{2} \times \frac{2.1}{2} \times 4.1$

বা, $h = \frac{\pi \times 2.1 \times 2.1 \times 4.1 \times 18}{\pi \times 0.7 \times 0.7 \times 41 \times 2 \times 2}$

বা, $h = \frac{\pi \times 21 \times 21 \times 41 \times 18}{\pi \times 7 \times 7 \times 41 \times 10 \times 4} = \frac{81}{20} = 4.05$

∴ জার তিনটির প্রত্যেকটির উচ্চতা 4.05 ডেসিমি।

7 একমুখ খোলা একটি লম্ব বৃত্তাকার পাত্রের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 2002 বর্গসেমি। পাত্রটির ভূমির ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি হলে, পাত্রটিতে কত লিটার জল ধরবে হিসাব করে লিখি।

[Madhyamik '18]

সমাধান লম্ব বৃত্তাকার পাত্রের ভূমির ব্যাসার্ধ = $\frac{14}{2}$ সেমি = 7 সেমি

মনে করি, পাত্রটির উচ্চতা h সেমি

তাহলে পাত্রটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $(2\pi rh + \pi r^2)$ বর্গসেমি

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h + \frac{22}{7} \times 7^2\right)$ বর্গসেমি

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h + 154\right)$ বর্গসেমি

প্রশ্নানুসারে, $2 \times 22 \times h + 154 = 2002$

বা, $44h = 2002 - 154 = 1848$ বা, $h = \frac{1848}{44} = 42$

∴ পাত্রটির উচ্চতা 42 সেমি।

∴ পাত্রটির আয়তন = $\pi r^2h = \left(\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 42\right)$ ঘনসেমি

= 6468 ঘনসেমি = $\frac{6468}{1000}$ ঘনডেসিমি = 6.468 লিটার

[1 ঘনডেসিমি = 1 লিটার]

∴ পাত্রটিতে 6.468 লিটার জল ধরবে।

8 যদি 14 সেমি ব্যাসের পাইপযুক্ত একটি পাম্পসেট মিনিটে 2500 মিটার জলসেচ করতে পারে, তাহলে ওই পাম্পটি 1 ঘণ্টায় কত কিলোলিটার জলসেচ করবে, হিসাব করে লিখি। [1 লিটার = 1 ঘনডেসিমি]

সমাধান পাইপের ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{14}{2}$ সেমি = $\frac{7}{100}$ মিটার

পাম্পটি 2500 মিটার জলসেচ করতে পারে

∴ পাইপটির দৈর্ঘ্য (h) = 2500 মিটার

∴ 1 মিনিটে জলসেচের পরিমাণ = πr^2h ঘনমিটার

$= \left[\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{100}\right)^2 \times 2500\right]$ ঘনমিটার

$= \left[\frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times 2500 \times 1000\right]$ ঘনডেসিমি

= 38500 লিটার

∴ 1 ঘণ্টায় জলসেচের পরিমাণ = (38500 × 60) লিটার

= 2310000 লিটার = 2310 কিলোলিটার

9 **7 সেমি ব্যাসের একটি লম্বা গ্যাসজারে কিছু জল আছে। ওই জলে যদি 5.6 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের 5 সেমি লম্বা একটি নিরেট লোহার লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি টুকরো সম্পূর্ণ ডোবানো হয়, তবে জলতল কতটুকু উপরে উঠবে হিসাব করে লিখি।**

সমাধান লোহার চোঙাকৃতি টুকরোর দৈর্ঘ্য (h) = 5 সেমি, ব্যাস = 5.6 সেমি

∴ ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{5.6}{2}$ সেমি = 2.8 সেমি

∴ লোহার টুকরোর আয়তন = $\pi r^2 h = \left[\frac{22}{7} \times (2.8)^2 \times 5\right]$ ঘনসেমি

$= \left[\frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \times 5\right]$ ঘনসেমি

মনে করি, গ্যাসজারের জল h সেমি ওপরে উঠবে।

প্রশ্নানুসারে, $\frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times h = \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8 \times 5$

বা, $h = \frac{22 \times 2.8 \times 2.8 \times 5}{7} \times \frac{2 \times 2 \times 7}{22 \times 7 \times 7} = 3.2$

∴ লোহার টুকরো সম্পূর্ণ ডোবানো হলে জল 3.2 সেমি উপরে উঠবে।

10 **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি স্তম্ভের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 264 বর্গমিটার এবং আয়তন 924 ঘনমিটার হলে, এই স্তম্ভের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা হিসাব করে লিখি।**

সমাধান মনে করি, একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি স্তম্ভটির ব্যাসার্ধ r মিটার এবং উচ্চতা h মিটার।

তাহলে, স্তম্ভটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গমিটার এবং আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনমিটার

প্রশ্নানুসারে, $2\pi rh = 264$ এবং $\pi r^2 h = 924$

বা, $\pi rh = 132$ বা, $\pi rh \times r = 924$

বা, $132 \times r = 924$

বা, $r = \frac{924}{132} = 7$

∴ স্তম্ভটির ব্যাস = 2r মিটার = (2 × 7) মিটার = 14 মিটার

আবার, $2\pi rh = 264$

বা, $2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h = 264$ বা, $h = \frac{264 \times 7}{2 \times 22 \times 7} = 6$

∴ স্তম্ভটির ব্যাস 14 মিটার এবং উচ্চতা 6 মিটার।

11 **9 মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি ট্যাংক জলপূর্ণ আছে। 6 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের একটি পাইপ দিয়ে মিনিটে 225 মিটার বেগে জল বের হয়, তাহলে 36 মিনিটে ট্যাংকটির সমস্ত জল বেরিয়ে যায়। ট্যাংকটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।**

সমাধান মনে করি, ট্যাঙ্কটির ব্যাসার্ধ r মিটার

উচ্চতা (h) = 9 মিটার

∴ ট্যাঙ্কের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনমিটার = $(\pi \times r^2 \times 9)$ ঘনমিটার

পাইপের ব্যাস = 6 সেমি = $\frac{6}{100}$ মিটার

∴ ব্যাসার্ধ = $\frac{6}{200}$ মিটার

1 মিনিটে নির্গত জলের পরিমাণ = $\left[\pi \times \left(\frac{6}{200}\right)^2 \times 225\right]$ ঘনমিটার

∴ 36 মিনিটে নির্গত জলের পরিমাণ

$= \left[\pi \times \left(\frac{6}{200}\right)^2 \times 225 \times 36\right]$ ঘনমিটার

প্রশ্নানুযায়ী, $\pi \times r^2 \times 9 = \pi \times \left(\frac{6}{200}\right)^2 \times 225 \times 36$

বা, $r^2 = \frac{\pi \times (6)^2 \times (15)^2 \times 36}{2 \times 2 \times (100)^2 \times 9 \times \pi} = \frac{(6)^2 \times (15)^2}{(100)^2}$

বা, $r = \frac{6 \times 15}{100} = \frac{90}{100} = 0.9$

∴ ট্যাঙ্কটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য = (2 × 0.9) মিটার = 1.8 মিটার

12 **সমান ঘনত্বের একটি লম্ব বৃত্তাকার কাঠের গুঁড়ির বক্রতলের ক্ষেত্রফল 440 বর্গডেসিমি। এক ঘনডেসিমি কাঠের ওজন 1.5 কিগ্রা এবং গুঁড়িটির ওজন 9.24 কুইন্টাল হলে, গুঁড়িটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা হিসাব করে লিখি।**

সমাধান মনে করি, কাঠের গুঁড়ির ব্যাসার্ধ r ডেসিমি এবং উচ্চতা h ডেসিমি

∴ গুঁড়িটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গডেসিমি এবং আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনডেসিমি

আবার, 1 ঘনডেসিমি কাঠের ওজন 1.5 কিগ্রা

এবং গুঁড়িটির ওজন = 9.24 কুইন্টাল = 924 কিগ্রা

∴ গুঁড়িটির আয়তন = $\frac{924}{1.5}$ ঘনডেসিমি

প্রশ্নানুযায়ী, $2\pi rh = 440$ ...(i)

এবং $\pi r^2 h = \frac{924}{1.5}$ ... (ii)

∴ $r \times \pi rh = \frac{924}{1.5}$

বা, $r \times \frac{440}{2} = \frac{924}{1.5}$ বা, $r = \frac{924 \times 2 \times 10}{15 \times 440} = \frac{14}{5} = 2.8$

∴ গুঁড়িটির ব্যাসার্ধ = 2.8 ডেসিমি

∴ গুঁড়িটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য = (2.8 × 2) ডেসিমি = 5.6 ডেসিমি

আবার, (i) থেকে পাই $2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times h = 440$

বা, $h = \frac{440 \times 7 \times 10}{44 \times 28} = 25$

∴ গুঁড়িটির উচ্চতা 25 ডেসিমি।

13 **দুই মুখ খোলা একটি লম্ব বৃত্তাকার লোহার পাইপের মুখের বহির্ব্যাসের দৈর্ঘ্য 30 সেমি, অন্তঃব্যাসের দৈর্ঘ্য 26 সেমি এবং পাইপটির দৈর্ঘ্য 14.7 মিটার। প্রতি বর্গডেসিমি 2.25 টাকা হিসাবে ওই পাইপটির সমগ্রতলে আলকাতরার প্রলেপ দিতে কত খরচ হবে, হিসাব করে লিখি।**

সমাধান পাইপের বহির্ব্যাস = 30 সেমি

∴ বহির্ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{30}{2}$ সেমি = 15 সেমি

∴ অন্তর্ব্যাস = 26 সেমি ∴ অন্তর্ব্যাসার্ধ (R) = $\frac{26}{2}$ সেমি = 13 সেমি

এবং দৈর্ঘ্য (h) = 14.7 মিটার = 1470 সেমি

∴ পাইপটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi (R + r)(R - r + h)$

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times (15 + 13)(15 - 13 + 1470)\right]$ বর্গসেমি

$= \left[2 \times \frac{22}{7} \times 28 \times 1472\right]$ বর্গসেমি = 259072 বর্গসেমি

$= \frac{259072}{100}$ বর্গডেসিমি = 2590.72 বর্গডেসিমি

পাইপটির সমগ্রতলে আলকাতরা প্রলেপ দিতে খরচ হয় প্রতি বর্গডেসিমিতে 2.25 টাকা।

∴ 2590.72 বর্গডেসিমি আলকাতরার প্রলেপ দিতে খরচ হবে (2590.72 × 2.25) টাকা = 5829.12 টাকা

14 একটি দুই মুখ খোলা লোহার লম্ব বৃত্তাকার ফাঁপা চোঙের উচ্চতা 2.8 মিটার। চোঙটির অন্তঃব্যাসের দৈর্ঘ্য 4.6 ডেসিমি এবং চোঙটি 84.48 ঘনডেসিমি লোহা দিয়ে তৈরি হলে, চোঙটির বহির্ব্যাসের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

সমাধান ফাঁপা চোঙের উচ্চতা (h) = 2.8 মিটার = 28 ডেসিমি

অন্তঃব্যাসার্ধ (r) = $\frac{4.6}{2}$ ডেসিমি = 2.3 ডেসিমি

মনে করি, চোঙটির বহির্ব্যাসার্ধ = R ডেসিমি

তাহলে, চোঙটির আয়তন = $\pi(R^2 - r^2)h$ ঘনডেসিমি

= $\pi[R^2 - (2.3)^2] \times 28$ ঘনডেসিমি

প্রশ্নানুযায়ী, $\pi[R^2 - (2.3)^2] \times 28 = 84.48$

বা, $R^2 - 5.29 = \frac{8448}{100} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{28} = 0.96$

বা, $R^2 = 0.96 + 5.29 = 6.25$ বা, R = 2.5

∴ চোঙটির বহির্ব্যাসার্ধ = 2.5 ডেসিমি

∴ চোঙটির বহির্ব্যাস = (2.5 × 2) ডেসিমি = 5 ডেসিমি

15 একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা উহার ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। যদি উচ্চতা 6 গুণ হত তবে চোঙটির আয়তন 539 ঘনডেসিমি বেশি হতো। চোঙটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

[Madhyamik '22]

সমাধান মনে করি, চোঙের ব্যাসার্ধ r ডেসিমি এবং উচ্চতা h ডেসিমি

যদি h = 2r হয় তাহলে আয়তন = $\pi r^2(2r)$ ঘনডেসিমি

= $2\pi r^3$ ঘনডেসিমি

চোঙের উচ্চতা ব্যাসার্ধের 6 গুণ হলে চোঙের আয়তন

= $\pi r^2(6r)$ ঘনডেসিমি = $6\pi r^3$ ঘনডেসিমি

প্রশ্নানুসারে, $6\pi r^3 - 2\pi r^3 = 539$ বা, $4\pi r^3 = 539$

বা, $r^3 = \frac{539 \times 7}{4 \times 22} = \frac{(7)^3}{(2)^3}$ বা, $r = \frac{7}{2} = 3.5$

∴ চোঙটির ব্যাসার্ধ = 3.5 ডেসিমি

∴ চোঙটির উচ্চতা = (2 × 3.5) ডেসিমি = 7 ডেসিমি

16 ফায়ার ব্রিগেডের কোনো একটি দল একটি জলভর্তি লম্ব বৃত্তাকার ট্যাঙ্কারের জল 2 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসের তিনটি হোস পাইপ দিয়ে মিনিটে 420 মিটার বেগে ঢেলে 40 মিনিটে আগুন নেভাল। যদি ট্যাঙ্কারটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য 2.8 মিটার এবং দৈর্ঘ্য 6 মিটার হয়, তবে (i) আগুন নেভাতে কত জল খরচ হয়েছে এবং (ii) ট্যাঙ্কারে আর কত জল রয়েছে নির্ণয় করি।

সমাধান ট্যাঙ্কের ব্যাস = 2.8 মিটার

∴ ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{2.8}{2}$ মিটার = 1.4 মিটার এবং

ট্যাংকটির দৈর্ঘ্য (h) = 6 মিটার

∴ ট্যাঙ্কের আয়তন = $\pi r^2 h = \left(\frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 6\right)$ ঘনমিটার

= 36.96 ঘনমিটার = 36960 ঘনডেসিমি = 36960 লিটার

[∵ 1 ঘনডেসিমি = 1 লিটার]

∴ ট্যাঙ্কের মোট জলের পরিমাণ 36960 লিটার

আবার, হোস পাইপের ব্যাস = 2 সেমি

∴ ব্যাসার্ধ = 1 সেমি = 0.1 ডেসিমি

এবং পাইপের দৈর্ঘ্য = 420 মিটার = 4200 ডেসিমি

(i) 40 মিনিটে 3টি পাইপ দিয়ে আগুন নেভাতে মোট জলের পরিমাণ

= $[3\pi \times (0.1)^2 \times 4200 \times 40]$ ঘনডেসিমি

= $\left[3 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times 4200 \times 40\right]$ ঘনডেসিমি

= 15840 ঘনডেসিমি = 15840 লিটার

(ii) অবশিষ্ট জলের পরিমাণ = (36960 − 15840) লিটার

= 21120 লিটার

17 17.5 সেমি ব্যাসের 4 টি লম্ব বৃত্তাকার ঢালাই পিলারের চারিপাশে 3.5 সেমি পুরু বালি-সিমেন্টের প্লাস্টার করতে হবে।
(i) প্রতিটি পিলার যদি 3 মিটার লম্বা হয়, তবে কত ঘনডেসিমি মশলা লাগবে হিসাব করে লিখি।
(ii) প্লাস্টারের মশলা তৈরি করতে যদি 4 : 1 অনুপাতে বালি ও সিমেন্ট মেশাতে হয়, তবে কত ঘনডেসিমি সিমেন্টের প্রয়োজন, হিসাব করে লিখি।

সমাধান পিলারের অন্তঃব্যাস = 17.5 সেমি

∴ অন্তঃব্যাসার্ধ (r) = $\frac{17.5}{2}$ সেমি = 8.75 সেমি

এবং পিলারের বহির্ব্যাসার্ধ (R) = (8.75 + 3.5) সেমি

= 12.25 সেমি

(i) পিলারের উচ্চতা (h) = 3 মিটার = 300 সেমি

∴ 4 টি পিলারের জন্য মোট মশলার পরিমাণ

= $4\pi(R^2 - r^2)h$ ঘনসেমি

= $4 \times \frac{22}{7}\left[(12.25)^2 - (8.75)^2\right] \times 300$ ঘনসেমি

= $4 \times \frac{22}{7}\left[(12.25 + 8.75)(12.25 - 8.75)\right] \times 300$ ঘনসেমি

= $4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 3.50 \times 300$ ঘনসেমি = 277200 ঘনসেমি

= $\frac{277200}{1000}$ ঘনডেসিমি = 277.2 ঘনডেসিমি

(ii) বালি : সিমেন্ট = 4 : 1

∴ মোট সিমেন্টের পরিমাণ = $\left(\frac{1}{5} \times 277.2\right)$ ঘনডেসিমি

= 55.44 ঘনডেসিমি

18 একটি লম্ব বৃত্তাকার ফাঁপা চোঙের বহির্ব্যাসের দৈর্ঘ্য 16 সেমি এবং অন্তঃব্যাসের দৈর্ঘ্য 12 সেমি। চোঙটির উচ্চতা 36 সেমি। চোঙটিকে গলিয়ে 2 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট এবং 6 সেমি দৈর্ঘ্যের কতগুলি নিরেট চোঙ তৈরি করা যাবে হিসাব করি।

সমাধান ফাঁপা চোঙের বহির্ব্যাস = 16 সেমি

∴ বহির্ব্যাসার্ধ (R) = 8 সেমি এবং অন্তঃব্যাস = 12 সেমি

∴ অন্তঃব্যাসার্ধ (r) = 6 সেমি, উচ্চতা (h) = 36 সেমি

∴ চোঙটির আয়তন = $\pi(R^2 - r^2)h$ ঘনসেমি

= $\left[\frac{22}{7}(8^2 - 6^2) \times 36\right]$ ঘনসেমি

= $\left[\frac{22}{7} \times 28 \times 36\right]$ ঘনসেমি = 3168 ঘনসেমি

আবার ছোটো নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধ (r_1) = 1 সেমি

এবং উচ্চতা (h_1) = 6 সেমি

∴ নিরেট চোঙের আয়তন = $\pi r_1^2 h_1$ ঘনসেমি

= $\left[\frac{22}{7} \times 1 \times 1 \times 6\right]$ ঘনসেমি = $\frac{132}{7}$ ঘনসেমি

$\therefore$ ছোটো চোঙের সংখ্যা $= \dfrac{3168}{\frac{132}{7}}$ টি $= \dfrac{\overset{24}{3168} \times 7}{132}$ টি $= 168$টি

$\therefore$ মোট 168 টি নিরেট চোঙ তৈরি করা যাবে।

19. অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (VSA)

A বহুবিকল্পীয় প্রশ্ন (MCQ)

i দুটি লম্ব বৃত্তাকার নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3 এবং উচ্চতার অনুপাত 5 : 3 হলে, তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত—

(a) 2 : 5 (b) 8 : 7 (c) 10 : 9 (d) 16:9 **c**

ii দুটি লম্ব বৃত্তাকার নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3 এবং উচ্চতার অনুপাত 5 : 3 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত—

(a) 27 : 20 (b) 20 : 27 (c) 4 : 9 (d) 9:4 **b**

iii দুটি লম্ব বৃত্তাকার নিরেট চোঙের আয়তন সমান এবং তাদের উচ্চতার অনুপাত 1 : 2 হলে, তাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত— *[Madhyamik '18]*

(a) $1 : \sqrt{2}$ (b) $\sqrt{2} : 1$ (c) 1 : 2 (d) 2:1 **b**

iv একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য অর্ধেক এবং উচ্চতা দ্বিগুণ হলে, চোঙটির আয়তন হবে পূর্বের চোঙের আয়তনের—

(a) সমান (b) দ্বিগুণ (c) অর্ধেক (d) 4 গুণ। **c**

v একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ এবং উচ্চতা অর্ধেক করা হলে, বক্রতলের ক্ষেত্রফল পূর্বের চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের—

(a) সমান (b) দ্বিগুণ (c) অর্ধেক (d) 4 গুণ। **a**

সমাধান **i** মনে করি, চোঙ দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 একক, r_2 একক এবং উচ্চতা যথাক্রমে h_1 একক, h_2 একক।

যেখানে, $r_1 : r_2 = 2 : 3$ বা, $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{2}{3}$

এবং $h_1 : h_2 = 5 : 3$ বা, $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{5}{3}$

$\therefore$ চোঙ দুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= \dfrac{2\pi r_1 h_1}{2\pi r_2 h_2}$

$= \dfrac{r_1}{r_2} \times \dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{10}{9} = 10 : 9$

ii মনে করি, চোঙ দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 একক, r_2 একক এবং উচ্চতা যথাক্রমে h_1 একক, h_2 একক

যেখানে $r_1 : r_2 = 2 : 3$ বা, $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{2}{3}$

এবং $h_1 : h_2 = 5 : 3$ বা, $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{5}{3}$

$\therefore$ চোঙের আয়তনের অনুপাত $= \dfrac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \dfrac{h_1}{h_2}$

$= \dfrac{4}{9} \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{20}{27} = 20 : 27$

iii মনে করি, চোঙ দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 একক, r_2 একক এবং উচ্চতা যথাক্রমে h_1 একক, h_2 একক।

যেখানে, $h_1 : h_2 = 1 : 2$

প্রশ্নানুসারে, $\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2$

বা, $\dfrac{r_1^2}{r_2^2} = \dfrac{\pi h_2}{\pi h_1} = \dfrac{2}{1}$ বা, $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{\sqrt{2}}{1}$

$\therefore r_1 : r_2 = \sqrt{2} : 1$

iv মনে করি, চোঙের উচ্চতা h একক এবং ব্যাসার্ধ r একক

$\therefore$ আয়তন $(v_1) = \pi r^2 h$ ঘনএকক

ব্যাসার্ধ অর্ধেক এবং উচ্চতা দ্বিগুণ হলে

আয়তন $(v_2) = \pi \times \left(\dfrac{r}{2}\right)^2 \times 2h$ ঘনএকক $= \dfrac{\pi r^2 h}{2}$ ঘনএকক

$\therefore v_2 = \dfrac{1}{2} \times v_1$

v মনে করি, চোঙের ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক

$\therefore$ বক্রতলের ক্ষেত্রফল $(A_1) = 2\pi r_1 h$ বর্গএকক

ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ এবং উচ্চতা অর্ধেক হলে

বক্রতলের ক্ষেত্রফল $(A_2) = 2\pi(2r_1)\left(\dfrac{h}{2}\right)$ বর্গএকক $= A_1$

$\therefore A_2 = A_1$

B নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি

i একটি লম্ব চোঙাকৃতি ড্রামের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r সেমি এবং উচ্চতা h সেমি। ড্রামের অর্ধেক জলপূর্ণ থাকলে, জলের আয়তন হবে $\pi r^2 h$ ঘনসেমি। **মিথ্যা**

ii একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 2 একক হলে, চোঙটির যে-কোনো উচ্চতার জন্য চোঙটির আয়তন এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান হবে। **সত্য**

সমাধান **i** ড্রামের ব্যাসার্ধ = r সেমি এবং উচ্চতা = h সেমি

$\therefore$ আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘনসেমি

এখন ড্রাম অর্ধেক জলপূর্ণ হলে আয়তন $= \dfrac{1}{2}\pi r^2 h$ ঘনসেমি

ii চোঙের ব্যাসার্ধ = 2 একক

মনে করি, চোঙের উচ্চতা = h একক

$\therefore$ আয়তন $= \pi \times (2)^2 \times h$ ঘনএকক $= 4\pi h$ ঘনএকক

এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi \times 2 \times h$ বর্গএকক

$= 4\pi h$ বর্গএকক

$\therefore$ চোঙটির আয়তন ও বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান।

C শূন্যস্থান পূরণ করি

i একটি আয়তক্ষেত্রাকার কাগজের দৈর্ঘ্য l একক এবং প্রস্থ b একক। আয়তক্ষেত্রাকার কাগজটিকে মুড়ে একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা হল যার পরিধি কাগজটির দৈর্ঘ্যের সমান। চোঙটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ______ বর্গএকক।

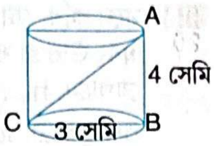
ii একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 3 সেমি এবং উচ্চতা 4 সেমি হলে, চোঙটির ভিতর সর্বাপেক্ষা লম্বা যে দণ্ড রাখা যাবে তার দৈর্ঘ্য ______ সেমি।

iii একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান হলে, চোঙটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য ______ একক। *[Madhyamik '15, '08]*

সমাধান **i** আয়তাকার কাগজের দৈর্ঘ্য l একক এবং প্রস্থ b একক কাগজকে মুড়ে চোঙ তৈরি করলে চোঙের উচ্চতা = b একক এবং ভূমির পরিধি = l একক

$\therefore$ বক্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিধি × উচ্চতা = lb বর্গএকক

ii চোঙের ব্যাস BC = 3 সেমি,
উচ্চতা AB = 4 সেমি এবং $\angle ABC = 90^\circ$



∴ চোঙের ভেতর সর্বাপেক্ষা লম্বা যে দণ্ড রাখা যাবে তার দৈর্ঘ্য = AC

$= \sqrt{BC^2 + AB^2}$ সেমি

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$ সেমি

$= \sqrt{25}$ সেমি = 5 সেমি

iii মনে করি, লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা h একক এবং ব্যাসার্ধ r একক

∴ আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনএকক এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$

প্রশ্নানুযায়ী, $\pi r^2 h = 2\pi rh$ বা, r = 2

∴ ব্যাসের দৈর্ঘ্য = (2 × 2) একক = 4 একক

20. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (SA)

i **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি স্তম্ভের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 264 বর্গমিটার এবং আয়তন 924 ঘনমিটার হলে, স্তম্ভের ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত লিখি।**

সমাধান মনে করি, চোঙাকৃতি স্তম্ভের ব্যাসার্ধ r মিটার এবং উচ্চতা h মিটার

∴ আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনমিটার এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গমিটার

প্রশ্নানুযায়ী, $2\pi rh = 264$ এবং $\pi r^2 h = 924$

বা, $\pi rh = 132$ ...(i)

বা, $r \times \pi rh = 924$

বা, $r \times 132 = 924$ [(i) থেকে]

বা, r = 7

ii **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল c বর্গএকক, ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক এবং আয়তন v ঘনএকক হলে, $\frac{cr}{v}$-এর মান কত তা লিখি।**

সমাধান লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ r একক

মনে করি, চোঙের উচ্চতা h একক

∴ বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গএকক

এবং আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনএকক

প্রশ্নানুযায়ী, $2\pi rh = c$ বা, $\pi rh = \frac{c}{2}$ ...(i)

এবং $\pi r^2 h = v$ ...(ii)

এখন (ii) থেকে পাই $r \times \pi rh = v$

বা, $r \times \frac{c}{2} = v$ [(i) থেকে পাই]

বা, $\frac{cr}{v} = 2$

iii **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা 14 সেমি এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল 264 বর্গসেমি হলে, চোঙটির আয়তন কত তা লিখি।**

সমাধান চোঙের উচ্চতা = 14 সেমি এবং

মনে করি, চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ = r সেমি

∴ চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $(2\pi r \times 14)$ বর্গসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $2\pi r \times 14 = 264$ বা, $r = \frac{264 \times 7}{2 \times 22 \times 14} = 3$

∴ চোঙের আয়তন = $[\pi \times (3)^2 \times 14]$ ঘনসেমি

$= \left[\frac{22}{7} \times 9 \times 14\right]$ ঘনসেমি = 396 ঘনসেমি

iv **দুটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতার অনুপাত 1 : 2 এবং ভূমির পরিধির অনুপাত 3 : 4 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত কত তা লিখি।** *[Madhyamik '22]*

সমাধান মনে করি, দুটি চোঙের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 একক ও r_2 একক এবং উচ্চতা যথাক্রমে h_1 একক ও h_2 একক।

যেখানে $h_1 : h_2 = 1 : 2$ এবং $2\pi r_1 : 2\pi r_2 = 3 : 4$

বা, $r_1 : r_2 = 3 : 4$

∴ তাদের আয়তনের অনুপাত = $\pi r_1^2 h_1 : \pi r_2^2 h_2$

$= \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{32}$

∴ দুটি চোঙের আয়তনের অনুপাত = 9 : 32

v **একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 50% হ্রাস করা হল এবং উচ্চতা 50% বৃদ্ধি করা হল। চোঙটির আয়তনের শতকরা কত পরিবর্তন হবে তা লিখি।**

সমাধান মনে করি, চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক

∴ আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘনএকক

এখন যদি ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 50% হ্রাস পায় এবং উচ্চতা 50% বৃদ্ধি পায় তাহলে পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ = $\left(r - \frac{50}{100}r\right)$ একক

$= \left(r - \frac{r}{2}\right)$ একক $= \frac{r}{2}$ একক

এবং পরিবর্তিত উচ্চতা = $\left(h + \frac{50}{100}h\right)$ একক $= \frac{3h}{2}$ একক

∴ পরিবর্তিত আয়তন = $\left[\pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^2 \times \frac{3h}{2}\right]$ ঘনএকক

$= \frac{3}{8}\pi r^2 h$ ঘনএকক

∴ চোঙটির আয়তনের পরিবর্তন = $\left(\pi r^2 h - \frac{3\pi r^2 h}{8}\right)$ ঘনএকক

$= \frac{5}{8}\pi r^2 h$ ঘনএকক

∴ চোঙটির আয়তন পরিবর্তনের হার = $\left(\frac{\frac{5}{8}\pi r^2 h}{\pi r^2 h} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{5}{8} \times 100\right)\% = \frac{125}{2}\% = 62\frac{1}{2}\%$

∴ চোঙটির আয়তন $62\frac{1}{2}\%$ হ্রাস পাবে।

অনুশীলনী

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি (মান-2)

1. যে চোঙের ভূমির পরিধি 44 মিটার এবং উচ্চতা 14 মিটার তার পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল কত? *[Krishnagar Govt Girls' School '18]*

2. একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের উচ্চতা 6 সেমি ও ব্যাস 14 সেমি হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। *[Tripura Madhyamik '85]*

3. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাস তার উচ্চতা h-এর সমান হলে, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল হয় $K\pi h^2$। K-এর মান কত? *[Chakdaha Ramlal Academy (HS) '16]*

4. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে, চোঙটির আয়তন নির্ণয় করো। *[Madhyamik '97]*

5. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 1 : 2। সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 616 বর্গসেমি হলে আয়তন কত? *[SSC CGL '13]*

6. একটি নিরেট বেলনের ঘনফল 352 ঘনসেমি ও উচ্চতা 7 সেমি। এর ভূমির ব্যাসার্ধ কত? *[Madhyamik '83]*

7. দু-মুখ খোলা একটি ধাতব চোঙাকৃতি টিউবের অন্তঃব্যাস 11.2 সেমি এবং দৈর্ঘ্য 21 সেমি। ধাতুটি 0.4 সেমি পুরু হলে ধাতুর আয়তন কত? *[SSC CGL '03]*

8. একটি ধাতব চোঙাকৃতি পাইপের আয়তন 748 ঘনসেমি। পাইপের দৈর্ঘ্য 14 সেমি এবং বহির্ব্যাসার্ধ 9 সেমি হলে পাইপটি কতটা পুরু? *[SSC CGL '08]*

9. a সেমি পুরু একটি ফাঁপা বৃত্তাকার চোঙের বহির্ব্যাস 2R সেমি। উচ্চতা H সেমি হলে, ফাঁপা চোঙের আয়তন কত? *[Tamluk Hamilton High School '17]*

10. একটি বেলনাকৃতি ফাঁপা নলের দৈর্ঘ্য 12 মিটার। এর বহির্ব্যাসার্ধ ও অন্তঃব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1 মিটার ও 75 সেমি। নলটির আয়তন নির্ণয় করো।

11. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ 50% হ্রাস করা হল এবং উচ্চতা 50% বৃদ্ধি করা হল। তবে চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল কীরূপ পরিবর্তিত হবে? *[Jhargram Kumud Kumari Institution '16]*

12. 13 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি ফাঁপা ধাতব চোঙের বহির্ব্যাসার্ধ ও অন্তঃব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6.75 সেমি ও 5.25 সেমি। এই চোঙটিকে গলিয়ে এর অর্ধেক উচ্চতাবিশিষ্ট একটি নিরেট চোঙ তৈরি করা হল। ওই নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। *[Madhyamik '96, '81]*

13. 1386 ঘনসেমি আয়তনবিশিষ্ট একটি চোঙ 4 সেমি ব্যাসার্ধ ও 49 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙ থেকে এমনভাবে কেটে নেওয়া হল যে কেটে নেওয়ার পর 49 সেমি উচ্চতা ও 4 সেমি বহিঃব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি ফাঁপা চোঙ পড়ে থাকে। ফাঁপা চোঙটি কত সেমি পুরু?

দীর্ঘ প্রশ্নাবলি (মান-4)

14. একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 1320 বর্গসেমি। চোঙটির ভূমির ব্যাস 14 সেমি হলে, এর উচ্চতা নির্ণয় করো। *[Madhyamik '13]*

15. লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির পরিধি 6π সেমি। চোঙের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাস পরস্পর সমান হলে চোঙটিতে কী পরিমাণ জল ধরবে? *[CGL '00]*

16. একটি বেলনের উচ্চতা ভূমির ব্যাসার্ধের তিনগুণ। যদি উচ্চতা ভূমির ব্যাসার্ধের চারগুণ হয়, তাহলে বেলনের ঘনফল আরও 1078 ঘনসেমি বেশি হয়। বেলনটির উচ্চতা নির্ণয় করো। *[Madhyamik '84]*

17. একটি ফাঁপা লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি লোহার নলের বহির্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং অন্তর্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 4 সেমি। নলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 1188 বর্গসেমি হলে নলটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। *[Madhyamik '20]*

18. সমান ঘনত্বের একটি লম্ব বৃত্তাকার কাঠের গুঁড়ির বক্রতলের ক্ষেত্রফল 440 বর্গ ডেসিমিটার। 1 ঘন ডেসিমিটার কাঠের ওজন 3kg এবং গুঁড়ির ওজন 18.48 কুইন্টাল হলে গুঁড়িটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত? *[Madhyamik '23]*

19. একটি ফাঁপা চোঙাকৃতি পাইপের চোঙটির বাইরের ও ভেতরের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অন্তর 44 বর্গসেমি এবং পাইপের দৈর্ঘ্য 14 সেমি। পাইপটির পদার্থের ঘনফল 99 ঘনসেমি। পাইপটির বাইরের ও ভেতরের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। *[Madhyamik '24]*

20. 11 সেমি বহিঃপরিধি ও 105 সেমি লম্বা টিউবলাইটের কাচ যদি 0.2 সেমি পুরু হয়, তবে 5টি টিউবলাইট তৈরি করতে কত ঘনসেমি কাচ লাগবে? *[Madhyamik '93]*

21. একটি চোঙাকৃতি পিলারের ব্যাস 50 সেমি ও উচ্চতা 3.5 মিটার। প্রতি বর্গমিটারে 10 টাকা হিসাবে পিলারটির চারপাশ রং করতে কত খরচ পড়বে? *[Bank Clerk '10]*

22. 13 মিটার দীর্ঘ এবং 11 মিটার প্রশস্ত একটি ছাদের জল বের হওয়ার নলটি বৃষ্টির সময় বন্ধ ছিল। বৃষ্টির পর দেখা গেল ছাদে 7 সেমি গভীর জল দাঁড়িয়ে গেছে। যে নলটি দিয়ে ছাদের জল বের হয় তার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 7 সেমি এবং চোঙাকার নলটি দিয়ে মিনিটে 200 মিটার বেগে জল বের হয়। তাহলে কতক্ষণে খোলা নল দিয়ে ছাদের জমা জল সব বেরিয়ে যাবে? *[R K Mission Boys' Home High School, Rahara '17]*

23. অনুভূমিকভাবে অবস্থিত একটি চোঙাকৃতি তৈলধারের অন্তঃদৈর্ঘ্য 10 মিটার ও অন্তঃব্যাস 6 মিটার। তেলের আয়তাকার উপরিতলের ক্ষেত্রফল 40 বর্গমিটার হলে, তার সর্বাধিক গভীরতা নির্ণয় করো।

অতিসংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি (মান-1)

22 সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

i. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বৃত্তাকার তলের ব্যাসার্ধ r, চোঙের উচ্চতা h হলে, চোঙের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল—
(a) $\pi r(h+r)$ (b) $2\pi r(h+r)$
(c) $2\pi r(h-r)$ (d) $\frac{2}{3}\pi r(h+r)$

ii. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বৃত্তাকার তলের ব্যাসার্ধ r, চোঙের উচ্চতা h হলে, চোঙের আয়তন— *[Sanskrit Collegiate School '17]*
(a) $\frac{2}{3}r^2h$ (b) πr^2h (c) πrh^2 (d) $2\pi r^2h$

iii. দুটি লম্ব বৃত্তাকার নিরেট চোঙের ব্যাসার্ধের অনুপাত 4 : 3 এবং উচ্চতার অনুপাত 3 : 5 হলে, তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত— *[Ballygunge Govt High School '16]*
(a) 3 : 4 (b) 4 : 5 (c) 16 : 9 (d) 16 : 15

iv. একটি নিরেট চোঙের উচ্চতা 7 সেমি এবং আয়তন 28π ঘনসেমি হলে, চোঙটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল হবে (বর্গসেমি এককে)—
(a) 14π (b) 28π (c) 56π (d) 112π

v. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন 88 ঘনসেমি এবং ব্যাসার্ধ 2 সেমি হলে, এর উচ্চতা হয়—
(a) 5 সেমি (b) 6 সেমি (c) 7 সেমি (d) 8 সেমি।

vi. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাস দ্বিগুণ করা হলে, উহার বক্রতলের ক্ষেত্রফল—
(a) অপরিবর্তিত থাকবে (b) দ্বিগুণ হবে
(c) চারগুণ হবে (d) আটগুণ হবে।

vii. একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 6 সেমি ও উচ্চতা 8 সেমি হলে, চোঙটির ভিতর সর্বাপেক্ষা লম্বা যে দণ্ড রাখা যাবে তার দৈর্ঘ্য—
(a) 5 সেমি (b) 9 সেমি (c) 10 সেমি (d) 8 সেমি।

viii) দুটি নিরেট চোঙের ব্যাস যথাক্রমে 8 সেমি ও 12 সেমি এবং উচ্চতা যথাক্রমে 3(n + 1) সেমি ও (n + 3) সেমি। চোঙ দুটির আয়তন সমান হলে, n-এর মান কত?

(a) 13 (b) 7 (c) 8 (d) 5

ix) x মিটার বর্গ একটি কাগজকে পাকিয়ে বৃহত্তম ফাঁপা লম্ব বৃত্তাকার চোঙ তৈরি করা যায়। তার আয়তন হবে—

(a) πx^3 ঘনমিটার (b) $\frac{x^3}{4\pi}$ ঘনমিটার

(c) $2\pi x^3$ ঘনমিটার (d) $\frac{x^3}{2\pi}$ ঘনমিটার।

x) একটি আয়তাকার কাগজের দৈর্ঘ্য l সেমি; কাগজটিকে পাকিয়ে একটি ফাঁপা লম্ব বৃত্তাকার চোঙে পরিণত করা হল যাতে কাগজটির প্রস্থ চোঙটির উচ্চতায় রূপান্তরিত হয়। চোঙটির বৃহত্তম ব্যাসার্ধ কত?

(a) $\frac{l}{2}$ সেমি (b) $\frac{l}{\pi}$ সেমি

(c) $\frac{l}{2\pi}$ সেমি (d) $\frac{l}{3\pi}$ সেমি।

25 শূন্যস্থান পূরণ করো

i) একটি চোঙের ব্যাসার্ধ ও উচ্চতা দ্বিগুণ করলে আয়তন ______ গুণ বৃদ্ধি পাবে। [The Park Institution '16]

ii) ফাঁপা লম্ব বৃত্তাকার চোঙের তলসংখ্যা ______। [Bethune Collegiate School '16]

iii) লম্ব বৃত্তাকার চোঙের সমতল দুটির কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশকে চোঙটির ______ বলে।

iv) একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন v ঘনএকক, ভূমির ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক হলে, r = ______। [R K Mission Vidyalaya, Narendrapur '16]

v) কোনো নল থেকে নির্গত জলের পরিমাণ = নলের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল × ______।

vi) দুটি লম্ব বৃত্তাকার নিরেট চোঙের আয়তন সমান এবং তাদের উচ্চতার অনুপাত 1 : 4 হলে, তাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত ______। [Kamranpukur R K Mission M P School '16]

26 সত্য / মিথ্যা যাচাই করো

i) লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন = পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল × উচ্চতা।

ii) একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তনের সঙ্গে তার লম্ব উচ্চতা সরল সমানুপাতী হবে যখন চোঙের ব্যাসার্ধ অপরিবর্তিত থাকবে। [R K Mission Vidyalaya, Narendrapur '16]

iii) একটি সরু তামার তারের ব্যাস 1 সেমি এবং দৈর্ঘ্য 14 মিটার হলে তামার তারটিতে তামার মোট পরিমাণ 440 ঘনসেমি।

উত্তরমালা

1. 616 বর্গমিটার; **2.** 572 বর্গমিটার; **3.** $\frac{3}{2}$; **4.** πr^2h ঘনএকক; **5.** 1078 ঘনসেমি; **6.** 4 সেমি; **7.** 306.24 ঘনসেমি; **8.** 1 সেমি; **9.** πaH (2R – a) ঘনমিটার; **10.** 16.5 ঘনমিটার; **11.** 25% হ্রাস; **12.** 6 সেমি; **13.** 1 সেমি; **14.** 30 সেমি; **15.** 0.169 লিটার; **16.** 21 সেমি; **17.** 21 সেমি; **18.** 5.6 ডেসিমিটার; **19.** বাইরের ব্যাসার্ধ 2.5 সেমি, ভেতরের ব্যাসার্ধ 2 সেমি; **20.** 1089 ঘনসেমি; **21.** 55 টাকা; **22.** 13 মিনিট; **23.** $(3-\sqrt{5})$ মিটার; **24.** (i) (b), (ii) (b), (iii) (b), (iv) (b), (v) (c), (vi) (b), (vii) (c), (viii) (d), (ix) (b), (x) (c); **25.** (i) 8, (ii) 1টি, (iii) উচ্চতা, (iv) $\sqrt{\frac{v}{\pi h}}$, (v) নলের দৈর্ঘ্য, (vi) 2 : 1; **26.** (i) মিথ্যা, (ii) সত্য, (iii) মিথ্যা।

KNOWLEDGE Clip

মাল্য সংখ্যা (Palindromic Number) : যদি একটি স্বাভাবিক সংখ্যার শেষ অঙ্ক থেকে শুরু করে উল্টোদিকে লিখে গেলে ওই সংখ্যাটিকেই পাওয়া যায়, তবে তাকে মাল্য সংখ্যা বলা হয়।

যেমন— 11 (ক্ষুদ্রতম মাল্য সংখ্যা), 1001

বর্গ মাল্যসংখ্যার উদাহরণ — 676 (= 26^2), 69696 (=264^2) ইত্যাদি।

ঘন মাল্যসংখ্যা — 1331 (= 11^3), 343 (= 7^3) ইত্যাদি।

বাংলায় মাল্য শব্দ — সুবর্ণা বসু, রমাকান্ত কামার, নবজীবন, 'মার কথা থাক রমা' ইত্যাদি।

ইংরেজিতে মাল্য শব্দ — MADAM, EYE, NAME NO ONE MAN ইত্যাদি।