গোলক
(Sphere)

19

বিদ্যালয়ের মাঠে তোমরা প্রায়শই খেলাধূলা করে থাকো। এর মধ্যে তোমাদের অনেকের প্রিয় খেলা ফুটবল ও ক্রিকেট। অনেকসময় বাড়িতে তোমরা মার্বেল নিয়ে খেলে থাকো। এই ফুটবল, ক্রিকেট বল, মার্বেল সবগুলিই হল ঘনবস্তু। এধরনের ঘনবস্তুকে গোলক বলা হয়।

তাহলে, টেনিস বল, মালার পুঁতি, বাস্কেট বল, গ্লোব সবগুলি কোন্ ধরনের ঘনবস্তু? ঠিক ধরেছ। এগুলি সবই গোলকাকার ঘনবস্তু। অর্থাৎ, গোলাকার কোনো নিরেট ঘনবস্তুকেই গোলক বলা যায়।

একটি গোলকের সমগ্রতলটি বক্র অর্থাৎ, গোলকটির একটি মাত্র তল। একটি গোলককে ঠিক সমান দু-ভাগে ভাগ করলে আমরা দুটি অর্ধগোলক পেয়ে থাকি। যেমন—একটি তরমুজকে ঠিক সমান দু-ভাগে কেটে ভাগ করলে, তার এক-একটি অংশ অর্ধগোলাকার হয়। এই তরমুজটির কয়টি তল, তা এখন দেখা যাক।

তরমুজ

দেখা যাবে তরমুজটির বাইরের সবুজ রঙের অংশটি বক্রতল এবং তরমুজটিকে যে তল বরাবর সমান দু-ভাগে ভাগ করা হয়েছে, সেটি সমতল। তাহলে দেখা গেল অর্ধগোলাকার তরমুজটির দুইটি তল—একটি বক্রতল ও একটি সমতল। এই ধরনের অর্ধগোলককে নিরেট অর্ধগোলক বলা হয়। আবার মনে করা যাক বাটির কথা, যেটি একটি অর্ধগোলাকার বস্তু, কিন্তু এটি ফাঁপা। এই ধরনের অর্ধগোলককে ফাঁপা অর্ধগোলক বলা হয়।

এখন দেখা যাক, গাণিতিক কোন্ কোন্ ক্ষেত্রে আমরা গোলক পেতে পারি।

একটি বৃত্তাকার কার্ডবোর্ড কেটে নাও। এই কার্ডবোর্ডের ব্যাস বরাবর একটি সরু কাঠি আঠার সাহায্যে আটকে দাও। এখন দু-হাতের সাহায্যে কাঠিটিকে অক্ষ করে ঘোরালে দেখা যাবে, কার্ডবোর্ডটি ঘুরছে। এখন কাঠিটিকে দ্রুত ঘোরালে দেখতে পাবে যে, কার্ডবোর্ডটি ঘুরে একটি বলের মতো অবয়ব তৈরি করছে। এই বলের আকৃতির অবয়বটি হল গোলক।

এখানে বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসই হল গোলকটির ব্যাস। বৃত্তটির কেন্দ্রই হল গোলকটির কেন্দ্র। অর্থাৎ, দেখা গেল গোলক হল এমন একটি ঘনবস্তু যার কেন্দ্র আছে এবং গোলকের উপরের বিন্দুগুলি কেন্দ্র থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত। এখানে, উক্ত দূরত্ব বৃত্তাকার কার্ডবোর্ডটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের সমান।

ঐতিহাসিক প্রেক্ষাপট (Historical Background) : জ্যামিতি ও পরিমিতি বিষয়ে গ্রিক দার্শনিকদের অবদান অনস্বীকার্য। গোলক ও গোলকের আয়তন সম্পর্কিত আলোচনা পাওয়া যায় আর্কিমিডিস-এর বিখ্যাত "The Sphere and Cylinder" নামক পুস্তকে। Banu Musa, Abu al-Wafa Buzjani, Al-Karaji, Ibn Tahir al-Baghadadi, Ibn al-Haytham, Ibn-al-Yasamin, Ibn-al-Khawwam, Kamal al-Din al Farisi, Al-Kashi প্রমুখ দার্শনিক আরব দেশে গোলক সম্পর্কে গবেষণা করেছেন।

চিন দেশেও গোলক নিয়ে গবেষণা হয়েছে। সেই বিষয়ে তথ্য পাওয়া যায় "The Arithmetic Art in Nine Chapters" নামক পুস্তকে। এই পুস্তকটিকে চিনের বিভিন্ন গণিতবিদ্‌গণ গবেষণার বিষয়বস্তু হিসেবে ব্যবহার করেছেন।

বিষয় সম্পর্কিত গণিতজ্ঞের জীবনকথা :

নাম	আবু-অল-ওয়াফা বুজজানি (Abu al-Wafa Buzjani)
জন্ম	10 জুন, 940
মৃত্যু	15 জুলাই, 998
বাসস্থান	ইরান
বিশেষ অবদান	গোলকের আয়তনের সূত্র

অধ্যায় সংক্রান্ত প্রয়োজনীয় সংজ্ঞাসমূহ

গোলক (Sphere) : ত্রিমাত্রিক দেশে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত বিন্দুগুলি যে বক্র বরাবর অবস্থিত হয়, তাকে গোলক বলা হয়।

গোলকের কেন্দ্র (Centre of the Sphere) : গোলকের অন্তর্বর্তী যে নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে গোলকের উপরের বিন্দুগুলির দূরত্ব সমান, সেই নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে গোলকটির কেন্দ্র বলা হয়।

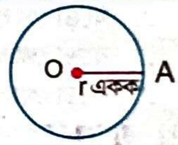
গোলকের ব্যাসার্ধ (Radius of the Sphere) : গোলকের কেন্দ্র ও গোলকের বক্রতলের উপর অবস্থিত যে-কোনো বিন্দুর মধ্যবর্তী সংযোজক রেখাংশকে গোলকটির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

গোলকের ব্যাস (Diameter of the Sphere) : গোলকের উপর দুটি বিন্দু এমনভাবে অবস্থিত যে, ওই দুটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ কেন্দ্রবিন্দুগামী। ওই বিন্দু দুটির সংযোজক রেখাংশ হল গোলকটির ব্যাস।

অর্ধগোলক (Hemisphere) : একটি গোলককে ব্যাস বরাবর সমান দুভাগে বিভক্ত করলে যে সুষম ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়, তাকে অর্ধগোলক বলা হয়। অর্ধগোলক দুই প্রকারের— (i) নিরেট অর্ধগোলক, (ii) ফাঁপা অর্ধগোলক।

সূত্রাবলি

পূর্ণগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল :



ধরা যাক, গোলকটির ব্যাসার্ধ r একক।

∴ গোলকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গএকক

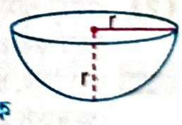
গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

অর্ধগোলকের বক্রতল ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল :

ধরা যাক, অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধ r একক।

∴ অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r^2$ বর্গএকক

এখন, নিরেট অর্ধগোলকের একটি সমতল আছে। এই সমতলটি বৃত্তাকার।



∴ বৃত্তাকার তলটির ক্ষেত্রফল πr^2 বর্গএকক।

∴ নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

$= (2\pi r^2 + \pi r^2)$ বর্গএকক $= 3\pi r^2$ বর্গএকক

গোলক ও অর্ধগোলকের আয়তন : একটি গোলকের ব্যাসার্ধ r একক

∴ পূর্ণগোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

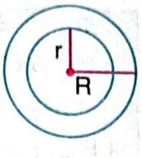
অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r একক হলে,

অর্ধগোলকের আয়তন $= \frac{2}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

একটি গোলক ফাঁপা। গোলকটির বহির্ব্যাসার্ধ R একক। অন্তঃব্যাসার্ধ r একক। গোলকটির ঘনফল কত?

R একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi R^3$ ঘনএকক।

r একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক।

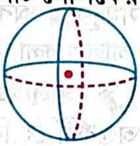


∴ ফাঁপা গোলকটির পুরু অংশের আয়তন

$= \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)$ ঘনএকক $= \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ ঘনএকক

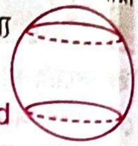
অতিরিক্ত তথ্য (উৎসাহী ছাত্রছাত্রীদের জন্য)

বৃহত্তর বৃত্ত বা মহান বৃত্ত (Great Circle) : একটি সমতল দ্বারা গোলককে এমনভাবে বিভক্ত করা হল যাতে সমতলটি গোলকের কেন্দ্রগামী হয়। এর ফলে গোলকের তল বরাবর যে বৃত্ত তৈরি হয়, তাকে বৃহত্তর বৃত্ত বা মহান বৃত্ত বলা হয়। একটি গোলকে অসংখ্য বৃহত্তর বৃত্ত পাওয়া যায়। বৃহত্তর বৃত্তের ও গোলকের কেন্দ্র এবং ব্যাসার্ধ একই হয়।


বৃহত্তর বৃত্ত

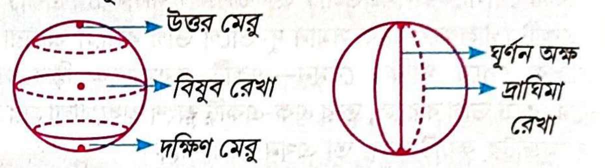
র‍্যাডিক্যাল সমতল (Radical Plane) : দুটি গোলক পরস্পরকে একটি বৃত্ত বরাবর ছেদ করে। যে সমতলের উপর বৃত্তটি অবস্থিত হয় তাকে র‍্যাডিক্যাল সমতল বলা হয়।

ক্ষুদ্র বৃত্ত (Small Circle) : গোলককে একটি সমতল দ্বারা বিভক্ত করলে বৃত্ত পাওয়া যায়। এই বৃত্তগুলির মধ্যে যেগুলি বৃহত্তর বৃত্ত নয় তাদেরকে ক্ষুদ্র বৃত্ত বলা হয়।


ক্ষুদ্র বৃত্ত

বৃত্তের ঘূর্ণন দ্বারা গোলক (Sphere formed by rotation of a Circle) : একটি বৃত্তের ব্যাস বরাবর ঘূর্ণনের মাধ্যমে যে বক্রতল গঠিত হয় তা হল একটি গোলক।

মেরু, বিষুব রেখা, দ্রাঘিমা রেখা, ঘূর্ণন অক্ষ, অক্ষরেখা (Pole, Equator, Line of Longitude, Axis of Rotation, Line of Latitude) : গোলকের উপর একটি বিন্দুকে নির্দিষ্ট করলে তাকে উত্তর মেরু (North Pole) বলা যায়। ঠিক এর বিপরীত মেরুর বিন্দুটিকে দক্ষিণ মেরু (South Pole) বলা হয়। যে মহান বৃত্ত টি মেরু দুটি থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত, তাকে বিষুব রেখা বলা হয়।



যেসকল মহান বৃত্ত মেরু দিয়ে যায়, তাদেরকে দ্রাঘিমা রেখা বলা হয়। দুই মেরুর সংযোজক রেখাংশকে ঘূর্ণন অক্ষ বলা হয়। গোলকের উপর অবস্থিত যেসকল বৃত্ত বিষুবরেখার সমান্তরাল তাদের বলা হয় অক্ষরেখা।

প্রয়োগ

সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-2)

1. একটি গোলকের ব্যাস অপর একটি গোলকের ব্যাসের দ্বিগুণ। যদি বড়ো গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান ছোটো গোলকটির আয়তনের সাংখ্যমানের সমান হয়, তবে ছোটো গোলকটির ব্যাসার্ধ কত? *[Madhyamik '17, '01]*

সমাধান ধরি, ছোটো গোলকটির ব্যাসার্ধ r একক

∴ ছোটো গোলকটির ব্যাস 2r একক

∴ বড়ো গোলকটির ব্যাস = 2 × 2r একক = 4r একক

∴ বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধ $= \frac{4r}{2}$ একক = 2r একক

∴ বড়ো গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi(2r)^2$ বর্গএকক $= 16\pi r^2$ বর্গএকক

ছোটো গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(r)^3$ ঘনএকক

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{4}{3}\pi r^3 = 16\pi r^2$

বা, $\frac{r^3}{r^2} = \frac{\overset{4}{\cancel{16}} \times 3 \times \cancel{\pi}}{\cancel{4} \times \cancel{\pi}}$ বা, r = 12

∴ ছোটো গোলকটির ব্যাসার্ধ 12 একক।

2. একটি চামড়ার বলে 5544 বর্গসেমি চামড়া আছে। বলটির ব্যাস কত? *[Madhyamik '12]*

সমাধান ধরা যাক, চামড়ার বলটির ব্যাসার্ধ r সেমি। বলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গসেমি।

প্রশ্নানুযায়ী, $4\pi r^2 = 5544$ বা, $r^2 = \frac{5544}{4 \times \pi}$

বা, $r^2 = \frac{\overset{63}{\cancel{\overset{252}{\cancel{\overset{504}{\cancel{5544}}}}}} \times 7}{\cancel{4} \times \underset{2}{\cancel{22}}} = 63 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 \times 7$

বা, r = 3 × 7 বা, r = 21 বা, 2r = 42

∴ বলটির ব্যাস 42 সেমি।

3. একটি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 1386 বর্গসেমি হলে, আয়তন কত? *[Taki House Govt Spons Girls' High School '16]*

সমাধান ধরা যাক, গোলকটির ব্যাসার্ধ r সেমি

∴ বক্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r^2$ বর্গসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $4\pi r^2 = 1386$

বা, $4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 1386$ বা, $r^2 = \frac{\overset{63}{\cancel{1386}} \times 7}{4 \times \cancel{22}} = \frac{63 \times 7}{4}$

বা, $r = \sqrt{\frac{3 \times 3 \times 7 \times 7}{2 \times 2}} = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2}$

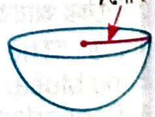
∴ গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

$= \left(\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{3}} \times \frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{\cancel{7}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\cancel{2}} \times \frac{21}{\cancel{2}} \times \frac{21}{\cancel{2}}\right)$ ঘনসেমি = 4851 ঘনসেমি

4. 14সেমি ব্যাসের একটি ঢাকনাযুক্ত অর্ধগোলকাকার পাত্র তৈরি করতে কতটা ধাতব পাত লাগবে? *[Madhyamik '91]*

সমাধান অর্ধগোলকাকার পাত্রের ব্যাস 14 সেমি

∴ পাত্রটির ব্যাসার্ধ $= \frac{14}{2}$ সেমি = 7 সেমি



∴ ঢাকনাযুক্ত অর্ধগোলকাকার পাত্রটি তৈরি করতে পাত লাগবে

$= (2\pi r^2 + \pi r^2)$ বর্গসেমি

$= 3\pi r^2$ বর্গসেমি

$= \left(3 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times 7\right)$ বর্গসেমি

= 462 বর্গসেমি

5 **দুটি গোলকের আয়তনের অনুপাত 27 : 8 হলে, তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?** *[Madhyamik '23]*

সমাধান ধরি, গোলক দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R একক এবং r একক

$\therefore$ বড়ো গোলকটির আয়তন $\frac{4}{3}\pi R^3$ ঘনএকক এবং

ছোটো গোলকটির আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক।

প্রশ্নানুযায়ী, $\dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \dfrac{27}{8}$

বা, $\left(\frac{R}{r}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3$ বা, $\frac{R}{r} = \frac{3}{2}$ বা, $\left(\frac{R}{r}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

বা, $\frac{4\pi R^2}{4\pi r^2} = \frac{9}{4}$

$\therefore$ গোলক দুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 9 : 4।

6 **গোলকের ব্যাসার্ধ 20% হ্রাস পেলে আয়তন শতকরা কত হ্রাস পাবে?**

সমাধান ধরা যাক, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক

$\therefore$ গোলকটির আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

ব্যাসার্ধ 20% হ্রাস পেয়ে হয় $\frac{80r}{100}$ একক $= \frac{4r}{5}$ একক

$\therefore$ বর্তমান আয়তন $= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{4r}{5}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \times \frac{64r^3}{125}$ ঘনএকক

$\therefore$ গোলকের আয়তন হ্রাস পেল $= \left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi \times \frac{64r^3}{125}\right)$ ঘনএকক

$= \frac{4}{3}\pi r^3\left(1 - \frac{64}{125}\right)$ ঘনএকক $= \frac{4}{3}\pi r^3 \times \frac{61}{125}$ ঘনএকক

$\therefore$ আয়তন হ্রাসের হার $= \dfrac{\frac{4}{3}\pi \times \frac{61}{125} r^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} \times 100\%$

$= \frac{61}{125} \times 100\% = \frac{244}{5}\% = 48\frac{4}{5}\%$

7 **লোহার পাতে তৈরি একটি গোলক রং করতে প্রতি বর্গসেমি 2.50 টাকা হিসাবে 1540 টাকা খরচ পড়ে। গোলকটির ব্যাস কত?**

সমাধান 2.50 টাকা খরচ পড়ে 1 বর্গসেমি রং করতে

$\therefore$ 1540 টাকা খরচ পড়ে $\frac{1540}{2.50}$ বর্গসেমি রং করতে

= 616 বর্গসেমি রং করতে

$\therefore$ গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 616 বর্গসেমি

ধরা যাক, গোলকটির ব্যাসার্ধ r সেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $4\pi r^2 = 616$

বা, $4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 616$

বা, $r^2 = \frac{616 \times 7}{4 \times 22} = 7 \times 7$ বা, r = 7

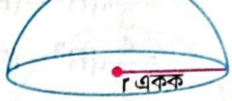
$\therefore$ গোলকটির ব্যাস = (2 × 7) সেমি = 14 সেমি

8 **একটি নিরেট অর্ধগোলকের আয়তন 144π ঘনসেমি হলে গোলকটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত?** *[Madhyamik '17]*

সমাধান ধরি, অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধ r সেমি

$\therefore$ অর্ধগোলকটির আয়তন $= \frac{2}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{2}{3}\pi r^3 = 144\pi$



বা, $r^3 = \frac{144\pi \times 3}{2\pi}$

বা, $r^3 = 216 = (6)^3$ বা, r = 6

$\therefore$ অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধ 6 সেমি।

$\therefore$ অর্ধগোলকটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য (6 × 2) সেমি = 12 সেমি

9 **দুটি গোলকের ব্যাসার্ধের পার্থক্য 10 সেমি এবং তাদের আয়তনের পার্থক্য 8800 ঘনসেমি হলে, তাদের ব্যাসার্ধদ্বয়ের গুণফল কত?** *[Hooghly Collegiate School '16]*

সমাধান ধরি, গোলক দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 সেমি ও r_2 সেমি। $(r_1 > r_2)$

প্রদত্ত, $r_1 - r_2 = 10$ ... (i)

এবং $\frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3 = 8800$

বা, $\frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3) = 8800$ বা, $(r_1^3 - r_2^3) = \frac{8800 \times 3}{4 \times \pi}$

বা, $(r_1 - r_2)(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2) = \frac{8800 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$

বা, $10 \times \{(r_1^2 + r_2^2) + r_1r_2\} = 100 \times 3 \times 7$

[(i) থেকে পাই $r_1 - r_2 = 10$]

বা, $\{(r_1 - r_2)^2 + 2r_1r_2 + r_1r_2\} = \frac{100 \times 3 \times 7}{10}$

বা, $(10)^2 + 3r_1r_2 = 210$ [$\because r_1 - r_2 = 10$]

বা, $3r_1r_2 = 210 - 100$

বা, $r_1r_2 = \frac{110}{3}$ বা, $r_1r_2 = 36\frac{2}{3}$

$\therefore$ ব্যাসার্ধদ্বয়ের গুণফল $36\frac{2}{3}$ বর্গসেমি।

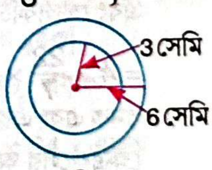
10 **একটি গোলকের বাইরের ও ভিতরের দিকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6 সেমি ও 3 সেমি। এর ঘনফল কত?**

সমাধান 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের ঘনফল $= \frac{4}{3}\pi(6)^3$ ঘনসেমি

এবং 3 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের ঘনফল $= \frac{4}{3}\pi(3)^3$ ঘনসেমি

$\therefore$ নির্ণেয় গোলকটির ঘনফল $= \left\{\frac{4}{3}\pi(6)^3 - \frac{4}{3}\pi(3)^3\right\}$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3}\pi\{(6)^3 - (3)^3\}$ ঘনসেমি



$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (216 - 27)$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 189$ ঘনসেমি = 792 ঘনসেমি

11 **3 সেমি পুরু একটি লোহার পাত দিয়ে তৈরি একটি ফাঁপা গোলকের বহির্ব্যাসার্ধ R সেমি। ওই গোলকে লোহার পরিমাণ নির্ণয় করো।**

সমাধান R ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বহির্গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3$ ঘনসেমি

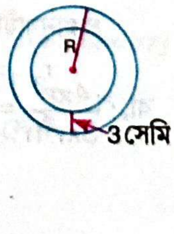
গোলকটি 3 সেমি পুরু।

$\therefore$ অন্তঃগোলকটির ব্যাসার্ধ (R − 3) সেমি

$\therefore$ অন্তঃগোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(R - 3)^3$ ঘনসেমি

$\therefore$ ওই গোলকে লোহার পরিমাণ

$= \left\{\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi(R - 3)^3\right\}$ ঘনসেমি



$=\frac{4}{3}\pi\{R^3-(R-3)^3\}$ ঘনসেমি

$=\frac{4}{3}\pi\{R^3-(R^3-9R^2+27R-27)\}$ ঘনসেমি

$=\frac{4}{3}\pi\{R^3-R^3+9R^2-27R+27\}$ ঘনসেমি

$=\frac{4}{3}\pi(9R^2-27R+27)$ ঘনসেমি

$=\frac{4}{3}\pi\times 3(3R^2-9R+9)$ ঘনসেমি

$=(12R^2-36R+36)\pi$ ঘনসেমি

12 **একটি গোলক ও নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4 : 3 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত কত হবে?**

সমাধান ধরি, গোলকটির ও অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R একক এবং r একক।

∴ গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi R^2$ বর্গএকক

অর্ধগোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $3\pi r^2$ বর্গএকক

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{4\pi R^2}{3\pi r^2}=\frac{4}{3}$ বা, $\frac{R^2}{r^2}=\frac{4\times 3\pi}{3\times 4\pi}$

বা, $\left(\frac{R}{r}\right)^2=\left(\frac{1}{1}\right)^2$ বা, $\frac{R}{r}=\frac{1}{1}$ ... (i)

∴ $\frac{\text{গোলকটির আয়তন}}{\text{অর্ধগোলকটির আয়তন}}=\frac{\frac{4}{3}\times\pi\times R^3}{\frac{2}{3}\pi\times r^3}=2\times\left(\frac{R}{r}\right)^3$

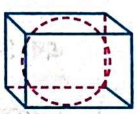
$=2\times\left(\frac{1}{1}\right)^3=\frac{2}{1}$ $\left[\text{(i) থেকে } \frac{R}{r}=\frac{1}{1}\right]$

∴ গোলক ও নিরেট অর্ধগোলকের আয়তনের অনুপাত 2 : 1।

13 **একটি ঘনক ও এর অন্তর্নিহিত বৃহত্তম গোলকের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?**

সমাধান ধরা যাক, ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a একক

ঘনকটির অন্তর্নিহিত বৃহত্তম গোলকের ব্যাস ঘনকটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান।



∴ গোলকটির ব্যাস = a একক

∴ গোলকটির ব্যাসার্ধ = $\frac{a}{2}$ একক

∴ ঘনকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $6a^2$ বর্গএকক

এবং গোলকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল $=4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2$ বর্গএকক

$=4\times\frac{22}{7}\times\frac{a^2}{4}$ বর্গএকক $=\frac{22a^2}{7}$ বর্গএকক

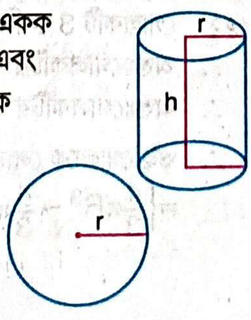
∴ ঘনক এবং এর অন্তর্নিহিত বৃহত্তম গোলকের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $=6a^2:\frac{22}{7}a^2$

$=6:\frac{22}{7}=42:22=21:11$

14 **সমব্যাসার্ধের একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙ ও একটি গোলকের ঘনফল সমান। গোলকের ব্যাস ও চোঙের উচ্চতার অনুপাত কত?**

সমাধান ধরা যাক, লম্ব বৃত্তাকার চোঙ ও গোলকটির ব্যাসার্ধ r একক

আরও ধরা যাক, চোঙটির উচ্চতা h একক



∴ চোঙটির ঘনফল = πr^2h ঘনএকক এবং

∴ গোলকটির ঘনফল = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{4}{3}\pi r^3=\pi r^2h$

বা, $\frac{4\pi r^3}{3\pi r^2h}=\frac{1}{1}$ বা, $\frac{4r}{h}=\frac{3}{1}$

বা, $\frac{2r}{h}=\frac{3}{2}$

∴ গোলকের ব্যাস ও চোঙের উচ্চতার অনুপাত 3 : 2

দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-4)

15 **1 সেমি, 6 সেমি ও 8 সেমি ব্যাসার্ধের তিনটি নিরেট গোলক গলিয়ে একটি বড়ো নিরেট গোলক তৈরি করা হল। বড়ো গোলকের ব্যাসার্ধ এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।** *[Barrackpore Govt High School '16]*

সমাধান 1 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(1)^3$ ঘনসেমি

6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(6)^3$ ঘনসেমি

8 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(8)^3$ ঘনসেমি

ধরা যাক, বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধ r সেমি

প্রশ্নানুসারে, $\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(1)^3+\frac{4}{3}\pi(6)^3+\frac{4}{3}\pi(8)^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\{(1)^3+(6)^3+(8)^3\}=\frac{4}{3}\pi(1+216+512)$

বা, $r^3=729=(9)^3$ বা, $r=9$

∴ বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধ 9 সেমি।

∴ বড়ো গোলকটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi(9)^2$ বর্গসেমি

$=4\times\frac{22}{7}\times 81$ বর্গসেমি

$=\frac{7128}{7}$ বর্গসেমি $=1018\frac{2}{7}$ বর্গসেমি

16 **12 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি সিসার গোলক গলিয়ে নতুন তিনটি ছোটো গোলক তৈরি করা হয়। যদি ছোটো গোলকগুলির ব্যাসের অনুপাত 3 : 4 : 5 হয়, তবে ছোটো গোলকগুলির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।**

সমাধান সিসার গোলকটির ব্যাস 12 সেমি

∴ গোলকটির ব্যাসার্ধ 6 সেমি

গোলকটির আয়তন = $\frac{4}{3}\pi(6)^3$ ঘনসেমি

∴ ধরা যাক, ছোটো গোলকগুলির ব্যাস যথাক্রমে $3x$ সেমি, $4x$ সেমি ও $5x$ সেমি, যেখানে x হল একটি অশূন্য আনুপাতিক ধ্রুবক।

∴ $3x$ সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{3x}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

$4x$ সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{4x}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

$5x$ সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{5x}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{3x}{2}\right)^3+\frac{4}{3}\pi\left(\frac{4x}{2}\right)^3+\frac{4}{3}\pi\left(\frac{5x}{2}\right)^3=\frac{4}{3}\pi(6)^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi\left\{\left(\frac{3x}{2}\right)^3+\left(\frac{4x}{2}\right)^3+\left(\frac{5x}{2}\right)^3\right\}=\frac{4}{3}\pi(6)^3$

বা, $\frac{27x^3}{8}+\frac{64x^3}{8}+\frac{125x^3}{8}=216$

বা, $x^3\left(\frac{27+64+125}{8}\right)=216$ বা, $x^3\left(\frac{216}{8}\right)=216$

বা, $x^3=\frac{216\times 8}{216}$ বা, $x^3=8$ বা, $x=2$

∴ ছোটো গোলকগুলির ব্যাস যথাক্রমে 6 সেমি, 8 সেমি এবং 10 সেমি।

∴ ছোটো গোলকগুলির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 3 সেমি, 4 সেমি এবং 5 সেমি।

17 **1 সেমি পুরু একটি ধাতব পাত দিয়ে তৈরি একটি ফাঁপা গোলকের বহির্ব্যাসার্ধ r সেমি। দেখাও যে, ওই গোলকের ধাতব পদার্থের আয়তন $\frac{4}{3}\pi(3r^2-3r+1)$ ঘনসেমি।**

সমাধান ফাঁপা গোলকের বহির্ব্যাসার্ধ r সেমি

$\therefore$ ফাঁপা গোলকের অন্তঃব্যাসার্ধ (r – 1) সেমি

r সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

(r – 1) সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন

$=\frac{4}{3}\pi(r-1)^3$ ঘনসেমি

ফাঁপা গোলকের ধাতব পদার্থের আয়তন

$=\left\{\frac{4}{3}\pi r^3-\frac{4}{3}\pi(r-1)^3\right\}$ ঘনসেমি

$=\frac{4}{3}\pi\left\{r^3-(r-1)^3\right\}$ ঘনসেমি

$=\frac{4}{3}\pi\left\{r^3-r^3+3r^2-3r+1\right\}$ ঘনসেমি

$=\frac{4}{3}\pi\left(3r^2-3r+1\right)$ ঘনসেমি (প্রমাণিত)

18 **20 সেমি এবং 6 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট দুটি নিরেট গোলককে গলিয়ে তাদের উপাদানের সাহায্যে 1 সেমি পুরু একটি ফাঁপা গোলক তৈরি করা হল। গোলকটির অন্তঃব্যাসার্ধ কত?**

সমাধান 20 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকটির আয়তন $=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{20}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

6 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকটির আয়তন $=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{6}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

ধরি, ফাঁপা গোলকটির অন্তঃব্যাসার্ধ R সেমি

$\therefore$ ফাঁপা গোলকটির বহির্ব্যাসার্ধ (R +1) সেমি

$\therefore$ ফাঁপা গোলকটির ভিতরের অংশের আয়তন $=\frac{4}{3}\pi R^3$ ঘনসেমি ও ফাঁপা গোলকটির বাইরের অংশের আয়তন $=\frac{4}{3}\pi(R+1)^3$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী,

$\frac{4}{3}\pi(R+1)^3-\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{20}{2}\right)^3+\frac{4}{3}\pi\left(\frac{6}{2}\right)^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi\left\{(R+1)^3-R^3\right\}=\frac{4}{3}\pi\left\{(10)^3+(3)^3\right\}$

বা, $(R+1)^3-R^3=1000+27$

বা, $R^3+3R^2+3R+1-R^3=1027$

বা, $3R^2+3R-1026=0$

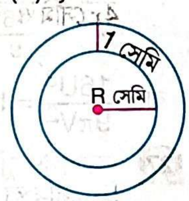
বা, $3(R^2+R-342)=0$

বা, $R^2+19R-18R-342=0$

বা, $R(R+19)-18(R+19)=0$

বা, $(R+19)(R-18)=0$

বা, R = 18 [$\because$ ব্যাসার্ধ ঋণাত্মক হতে পারে না]



$\therefore$ গোলকটির অন্তর্ব্যাসার্ধ 18 সেমি।

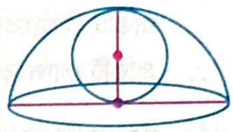
19 **4 সেমি ব্যাসার্ধের একটি তামার অর্ধগোলক থেকে সর্বাধিক আয়তনের একটি গোলক কেটে নেওয়া হল। যদি 1 ঘনসেমি তামার মূল্য 35 টাকা হয়, তবে অর্ধগোলকটির অবশিষ্টাংশের তামার মূল্য কত?**

সমাধান 4 সেমি ব্যাসার্ধের অর্ধগোলক থেকে সর্বাধিক আয়তনের যে গোলক কেটে নেওয়া যাবে তার ব্যাস হবে অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধের সমান।

$\therefore$ কেটে নেওয়া গোলকের ব্যাসার্ধ $=\frac{4}{2}$ সেমি = 2 সেমি

অর্ধগোলকটির আয়তন

$=\frac{2}{3}\pi(4)^3$ ঘনসেমি $=\frac{128}{3}\pi$ ঘনসেমি



কেটে নেওয়া গোলকের আয়তন

$=\frac{4}{3}\pi(2)^3$ ঘনসেমি $=\frac{32}{3}\pi$ ঘনসেমি

$\therefore$ অর্ধগোলকটির অবশিষ্টাংশের আয়তন

$=\left(\frac{128}{3}\pi-\frac{32}{3}\pi\right)$ ঘনসেমি $=\frac{96}{3}\pi$ ঘনসেমি $=32\pi$ ঘনসেমি

$=\frac{32\times22}{7}$ ঘনসেমি $=\frac{704}{7}$ ঘনসেমি

$\therefore$ অর্ধগোলকটির অবশিষ্টাংশের তামার মূল্য

$=\left(\frac{704}{7}\times\overset{5}{\cancel{35}}\right)$ টাকা = 3520 টাকা

20 **8সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ধাতব নিরেট গোলককে গলিয়ে 64 টি সমান মাপের নিরেট গোলক তৈরি করলে 8 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলকটির এবং ছোটো গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?** *[SSC CGL' 08]*

সমাধান ধরা যাক, 64 টি সমান মাপের নিরেট গোলকের প্রতিটির ব্যাসার্ধ r সেমি

$\therefore$ r সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলকের আয়তন $=\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

আবার, 8 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলকের আয়তন

$=\frac{4}{3}\pi(8)^3$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $64\times\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(8)^3$

বা, $r^3=\frac{\cancel{8}\times\cancel{8}\times8}{\underset{8}{\cancel{64}}}=8$ বা, r = 2

$\therefore$ নবনির্মিত গোলকগুলির প্রতিটির ব্যাসার্ধ 2 সেমি।

$\therefore$ 8 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলক এবং 2 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ছোটো গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $=4\pi(8)^2:4\pi(2)^2=64:4=16:1$

21 **দুটি গোলকের ওজনের অনুপাত 8 : 17 এবং তাদের প্রত্যেকের 1 ঘনসেমি পদার্থের ওজনের অনুপাত 289 : 64। গোলক দুটির ব্যাসার্ধের অনুপাত কত?** *[Bidhannagar Govt High School '16]*

সমাধান ধরা যাক, গোলক দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R সেমি ও r সেমি

গোলক দুটির 1 ঘনসেমি পদার্থের ওজন যথাক্রমে $289x$ একক এবং $64x$ একক। [x = অশূন্য আনুপাতিক ধ্রুবক]

$\therefore$ প্রথম গোলকটির ওজন $=\frac{4}{3}\pi R^3\times289x$ একক

এবং দ্বিতীয় গোলকটির ওজন $=\frac{4}{3}\pi r^3\times64x$ একক

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{\frac{4}{3}\pi R^3\times289x}{\frac{4}{3}\pi r^3\times64x}=\frac{8}{17}$

বা, $\frac{R^3}{r^3}=\frac{8\times64}{17\times289}=\frac{2^3\times4^3}{17^3}$ বা, $\frac{R}{r}=\frac{8}{17}$

$\therefore$ গোলক দুটির ব্যাসার্ধের অনুপাত 8 : 17

22 **একটি নিরেট বৃত্তাকার দণ্ডের ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 3.2 ডেসিমি। দণ্ডটিকে গলিয়ে 21 টি নিরেট গোলক তৈরি করা হল। যদি প্রতিটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 8 সেমি হয়, তাহলে দণ্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।** *[WBBSE Sample Question '17]*

সমাধান ধরি, নিরেট লম্ব বৃত্তাকার দণ্ডটির দৈর্ঘ্য h সেমি

দণ্ডটির ভূমির ব্যাসার্ধ = 3.2 ডেসিমি = 32 সেমি

$\therefore$ লম্ব বৃত্তাকার দণ্ডটির আয়তন $= \pi(32)^2h$ ঘনসেমি
প্রতিটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = 8 সেমি

$\therefore$ প্রতিটি গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(8)^3$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $\pi(32)^2h = 21 \times \frac{4}{3}\pi(8)^3$

বা, $h = \frac{21 \times 4 \times \pi \times 8 \times 8 \times 8}{3 \times \pi \times 32 \times 32} = 14$

$\therefore$ লম্ব বৃত্তাকার দণ্ডটির দৈর্ঘ্য 14 সেমি।

23 **আংশিক জলপূর্ণ চোঙাকৃতি একটি পাত্রে গোলাকৃতি দুটি ধাতব বল ফেলে দেওয়াতে জলের উচ্চতা 6 সেমি বৃদ্ধি পায়। যদি একটি গোলকের ব্যাস অপরটির ব্যাসের দ্বিগুণ হয় এবং যদি চোঙাকৃতি পাত্রের ব্যাস 8 সেমি হয়, তবে বল দুটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।** *[Madhyamik '17]*

সমাধান ধরা যাক, একটি গোলকের ব্যাস 2r সেমি

$\therefore$ অন্য গোলকটির ব্যাস 4r সেমি

2r সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের আয়তন

$= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{2r}{2}\right)^3$ ঘনসেমি $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

4r সেমি ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{4r}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3}\pi\,(2r)^3$ ঘনসেমি $= \frac{32}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

চোঙাকৃতি পাত্রের ব্যাসার্ধ $= \frac{8}{2}$ সেমি = 4 সেমি

চোঙাকৃতি পাত্রে জলের উচ্চতা 6 সেমি বৃদ্ধি পেল

$\therefore$ বৃদ্ধিপ্রাপ্ত জলের আয়তন $= \pi(4)^2 \times 6$ ঘনসেমি
$= 96\pi$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{32}{3}\pi r^3 = 96\pi$ বা, $\frac{36\pi}{3}r^3 = 96\pi$

বা, $r^3 = \frac{96\pi \times 3}{36\pi} = 8$ বা, $r = 2$

$\therefore$ ছোটো বলটির ব্যাসার্ধ 2 সেমি এবং বড়ো বলটির ব্যাসার্ধ 4 সেমি।

24 **9 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি অর্ধগোলাকার পাত্র সম্পূর্ণ জলপূর্ণ আছে। এই জল 3 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাস এবং 4 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট চোঙাকৃতি বোতলে ভর্তি করে রাখা যাবে। পাত্রটি খালি করতে কতগুলি বোতল দরকার হবে?** *[Madhyamik '20, '17]*

সমাধান 9 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট অর্ধগোলাকার পাত্রের জলের আয়তন $= \frac{2}{3}\pi(9)^3$ ঘনসেমি $= 486\pi$ ঘনসেমি

চোঙের ব্যাস = 3 সেমি $\therefore$ চোঙের ব্যাসার্ধ $= \frac{3}{2}$ সেমি

চোঙের উচ্চতা = 4 সেমি

$\therefore$ চোঙাকৃতি বোতলের আয়তন $= \pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 4$ ঘনসেমি

ধরা যাক, অর্ধগোলাকৃতি পাত্র খালি করতে x সংখ্যক বোতল দরকার।

প্রশ্নানুযায়ী, $x \times \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 4 = 486\pi$

বা, $x = \frac{486\pi \times 2 \times 2}{\pi \times 3 \times 3 \times 4} = 54$

$\therefore$ পাত্রটি খালি করতে 54 টি বোতল দরকার হবে।

25 **একটি নির্দিষ্ট কাঠের বলের আয়তন $905\frac{1}{7}$ ঘনসেমি। এর থেকে বৃহত্তম ঘনক কেটে বের করে নিলে, ঘনকটির আয়তন কত হবে?**

সমাধান ধরি, ঘনকটির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a সেমি ও গোলকের ব্যাস 2r সেমি।

$\therefore$ ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}a$ সেমি

প্রশ্নানুযায়ী, গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য = ঘনকটির কর্ণের দৈর্ঘ্য

$\therefore$ $2r = \sqrt{3}a$ বা, $a = \frac{2r}{\sqrt{3}}$ ...(i)

$\therefore$ ঘনকটির আয়তন $= a^3$ ঘনসেমি $= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}r\right)^3$ ঘনসেমি [(i) থেকে পাই]

$= \frac{8}{3\sqrt{3}}r^3$ ঘনসেমি $= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{4}{3}\pi r^3 \times \frac{1}{\pi}$ ঘনসেমি

$= \frac{1}{\pi} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times 905\frac{1}{7}$ ঘনসেমি $\left[\because \text{গোলকটির আয়তন} = 905\frac{1}{7}\right]$

$= \frac{7}{22} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{6336}{7}$ ঘনসেমি

$= \frac{2 \times 96 \times 3}{\sqrt{3}}$ ঘনসেমি $= 192\sqrt{3}$ ঘনসেমি

26 **একই ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলক ও একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন যথাক্রমে V ও U; যদি চোঙের উচ্চতা h হয়, তবে দেখাও যে, $h^2 = \frac{4}{9\pi}\frac{U^3}{V^2}$**

সমাধান ধরা যাক, গোলক ও লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক।

$\therefore$ গোলকটির আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক $\therefore V = \frac{4}{3}\pi r^3$

বা, $V^2 = \frac{16}{9}\pi^2 r^6$ ....(i) [বর্গ করে পাই]

আবার, লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন $\pi r^2 h$ ঘনএকক

$\therefore$ $U = \pi r^2 h$ বা, $U^3 = \pi^3 r^6 h^3$ .... (ii) [ঘন করে পাই]

(ii) কে (i) দিয়ে ভাগ করে পাই,

$\frac{U^3}{V^2} = \frac{\pi^3 r^6 h^3}{\frac{16}{9}\pi^2 r^6}$

বা, $\frac{16U^3}{9\pi V^2} = h^3$ বা, $h^3 = \frac{16}{9\pi}.\frac{U^3}{V^2}$ **(প্রমাণিত)**

27 **তরলপূর্ণ দুটি পাত্রের মধ্যে একটি অর্ধগোলাকার এবং অপরটি চোঙাকৃতি। যদি দুটি পাত্রের ব্যাসার্ধ এবং উচ্চতা উভয়ই সমান হয়, তবে কোন্‌টিতে বেশি তরল ধরবে? ছোটো পাত্র অপেক্ষা বড়ো পাত্রে যে পরিমাণ বেশি তরল ধরে তা ছোটো পাত্রের আয়তনের কত শতাংশের সমান?**

সমাধান ধরা যাক, অর্ধগোলাকৃতি পাত্র ও চোঙাকৃতি পাত্রের ব্যাসার্ধ এবং উচ্চতা r একক

$\therefore$ অর্ধগোলাকৃতি পাত্রের আয়তন $\frac{2}{3}\pi r^3$ ঘনএকক।

$\therefore$ চোঙাকৃতি পাত্রের আয়তন $= \pi(r)^2.r$ ঘনএকক
$= \pi r^3$ ঘনএকক

$\therefore$ চোঙাকৃতি পাত্রে বেশি তরল ধরবে কারণ, $\pi r^3 > \frac{2}{3}\pi r^3$

$\therefore$ বড়ো পাত্রে বেশি তরল ধরবে $= \left(\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3\right)$ ঘনএকক
$= \frac{\pi r^3}{3}$ ঘনএকক

∴ ছোটো পাত্র অপেক্ষা বড়ো পাত্রে যে পরিমাণ বেশি তরল ধরে তা ছোটো পাত্রের আয়তনের

$$= \frac{\frac{\pi r^3}{3}}{\frac{2}{3}\pi r^3} \times 100\ \% = 50\%$$

28 একটি স্বর্ণগোলকের বহির্ব্যাস 12 সেমি এবং একটি 2 সেমি পুরু সোনার পাত দিয়ে এটি তৈরি। 1 ঘনসেমির ওজন 19.25 গ্রাম এবং 1 গ্রাম সোনার মূল্য 1500 টাকা। গোলকটির মূল্য কত?

সমাধান স্বর্ণগোলকটির বহির্ব্যাসার্ধ $= \frac{12}{2}$ সেমি $= 6$ সেমি

∴ স্বর্ণগোলকটির অন্তঃব্যাসার্ধ $= (6-2)$ সেমি

$= 4$ সেমি

∴ 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6)^3$ ঘনসেমি

এবং 4 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi(4)^3$ ঘনসেমি

∴ স্বর্ণগোলকটির মোট আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(6)^3 - \frac{4}{3}\pi(4)^3$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3}\pi \times (216 - 64)$ ঘনসেমি

$= \frac{4 \times 152}{3}\pi$ ঘনসেমি $= \frac{13376}{21}$ ঘনসেমি

∴ গোলকটির মোট ওজন $= \frac{13376 \times 19.25}{21}$ গ্রাম

$= \frac{257488}{21}$ গ্রাম

∴ স্বর্ণগোলকটির মূল্য $= \frac{257488}{21} \times 1500$ টাকা

$= 18392000$ টাকা

অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (মান-1)

29 সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো

i একটি গোলকের আয়তনের সাংখ্যমান যদি বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমানের বর্গের সঙ্গে সমান হয় তবে গোলকটির ব্যাসার্ধ হবে — *[Hindu School '17]*

(a) $\frac{1}{12\pi}$ একক (b) $\frac{1}{3\pi}$ একক
(c) 3π একক (d) 6 একক। **a**

ii একটি অর্ধগোলকের ব্যাস একটি গোলকের ব্যাসের দ্বিগুণ। গোলক ও অর্ধগোলকের আয়তনের অনুপাত—

(a) 1 : 4 (b) 1 : 8 (c) 1 : 6 (d) 1 : 9 **a**

iii একটি গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল s বর্গএকক এবং গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক হলে r হবে—

(a) $\left(\frac{s}{4\pi}\right)$ একক (b) $\left(\frac{s}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ একক
(c) $\left(\frac{s}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ একক (d) কোনোটিই নয়। **b**

iv একটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\frac{(\sqrt{3}-1)}{2}$ মিটার হলে, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল হবে—

(a) $(2-\sqrt{3})\pi$ বর্গমিটার (b) $2(2-\sqrt{3})\pi$ বর্গমিটার
(c) $(4-\sqrt{3})\pi$ বর্গমিটার (d) $(\sqrt{3}-1)\pi$ বর্গমিটার। **b**

v একটি গোলকের আয়তন $179\frac{2}{3}$ ঘনমিটার হলে, গোলকটির ব্যাসার্ধ —

(a) 7 মিটার (b) 3.5 মিটার
(c) 14 মিটার (d) 5.5 মিটার। **b**

vi 2 মিমি পুরু অ্যালুমিনিয়ামের পাত থেকে তৈরি একটি অর্ধবৃত্তাকার চাঁদার ব্যাস 14 সেমি হলে, এতে ধাতুর পরিমাণ— *[Jalpaiguri Zilla School '17]*

(a) 15.4 ঘনসেমি (b) 7.7 ঘনসেমি
(c) 7 ঘনসেমি (d) 154 ঘনসেমি। **a**

vii একটি বরফের গোলক গলতে শুরু করার 15 মিনিট পর দেখা গেল তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল 19% হ্রাস পেয়েছে। এই সময়ে যত শতাংশ বরফ গলেছে তা হল — *[Howrah Zilla School '17]*

(a) 27.1 (b) 19.5 (c) 38.7 (d) 33.33 **a**

viii 6 সেমি ব্যাসার্ধের একটি নিরেট ধাতব গোলকের ওজন 27 কেজি। ওই ধাতুনির্মিত 8 সেমি বহির্ব্যাসার্ধবিশিষ্ট এবং 2 সেমি পুরু একটি ফাঁপা গোলকের ওজন হবে— *[JEXPO '10]*

(a) 30 কেজি (b) 37 কেজি
(c) 35 কেজি (d) 40 কেজি। **b**

ix 11 সেমি ধারবিশিষ্ট একটি নিরেট ধাতব ঘনক থেকে 0.5 সেমি ব্যাসের কতগুলি নিরেট বল তৈরি করা যাবে?

(a) 20328 টি (b) 22340 টি
(c) 19364 টি (d) কোনোটিই নয়। **a**

x একটি গোলকের আয়তন $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক। গোলকটি একটি ঘনকের মধ্যে এমনভাবে অবস্থিত যে ঘনকের ছয়টি তলই গোলককে স্পর্শ করে। এক্ষেত্রে ঘনক ও গোলকের আয়তনের অনুপাত হবে —

(a) 3 : π (b) π : 3 (c) π : 6 (d) 6 : π **d**

30 শূন্যস্থান পূরণ করো

	প্রশ্ন	উত্তর
i	গোলকের যে-কোনো বৃহৎ বৃত্ত বরাবর গোলকটিকে ছিন্ন করলে ______ উৎপন্ন হয়।	2টি অর্ধগোলক
ii	একটি নিরেট অর্ধগোলককে গলিয়ে 4 টি নিরেট একই আয়তনের বল তৈরি করা হল। অর্ধগোলক এবং প্রতিটি বলের ব্যাসার্ধের অনুপাত হল ______। *[Bankura Christian Collegiate School '17]*	2 : 1
iii	একটি গোলকের ব্যাসার্ধ 10% বৃদ্ধি পেলে, শতকরা হিসেবে গোলকটির আয়তন বৃদ্ধি পাবে ______।	33.1 %

31 সত্য / মিথ্যা যাচাই করো

	প্রশ্ন	উত্তর
(i)	একটি অর্ধগোলকের ব্যাস এবং সমতলের পরিধির দৈর্ঘ্যের অনুপাত $1 : (\pi + 2)$	মিথ্যা
(ii)	একই ব্যাসের দুটি অর্ধগোলককে সমতল বরাবর জুড়ে দেওয়া হল যার ফলে একটি গোলক আকৃতি নির্মিত হল। দুটি অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি নবনির্মিত গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান হবে।	মিথ্যা
(iii)	একটি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল A বর্গএকক হলে, গোলকটির ব্যাস হবে $\sqrt{\frac{A}{\pi}}$ একক।	সত্য
(iv)	r একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট গোলক গলিয়ে $\frac{r}{3}$ একক ব্যাসার্ধের মোট 3টি গোলক তৈরি করা যাবে।	মিথ্যা
(v)	একটি ধাতুনির্মিত অর্ধগোলকাকৃতি পাত্রের মুখের বাইরের দিকের ব্যাসার্ধ R একক এবং ভিতরের দিকের ব্যাসার্ধ r একক হলে, পাত্রটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $[\pi(R^2 - r^2) + 2\pi R^2 + 2\pi r^2]$ বর্গএকক। *[Sunity Academy, Cooch Behar '17]*	সত্য

পাঠ্যপুস্তক-এর সমস্যার সমাধান

(কষে দেখি)

1 একটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 10.5 সেমি হলে, তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

সমাধান/ গোলকের ব্যাসার্ধ (r) = 10.5 সেমি

∴ গোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গসেমি

$= \left(4 \times \frac{22}{7} \times \overset{1.5}{\cancel{10.5}} \times 10.5\right)$ বর্গসেমি = 1386 বর্গসেমি

2 একটি চামড়ার বল তৈরি করতে প্রতি বর্গসেমি 17.50 টাকা হিসাবে 431.20 টাকা লেগেছে। বলটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

সমাধান/ মনে করি, বলটির ব্যাসার্ধ r সেমি

∴ বলটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গসেমি

চামড়া দিয়ে বল তৈরি করতে মোট খরচ

= $(4\pi r^2 \times 17.50)$ টাকা

প্রশ্নানুযায়ী, $4\pi r^2 \times 17.50 = 431.20$

বা, $r^2 = \frac{431.20}{17.50} \times \frac{1}{4\pi} = \frac{\overset{49}{\cancel{\overset{1078}{\cancel{43120}}}}}{\underset{25}{\cancel{1750}}} \times \frac{\cancel{7}}{4 \times 22} = \left(\frac{7}{5}\right)^2$

বা, $r = \frac{7}{5} = 1.4$

∴ বলটির ব্যাস = 2r সেমি = (2 × 1.4) সেমি = 2.8 সেমি

3 স্কুলে সটপাট খেলার জন্য যে বলটি ব্যবহার করা হয় তার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 7 সেমি হলে, বলটিতে কত ঘনসেমি লোহা আছে হিসাব করে লিখি।

সমাধান/ সটপাট খেলার বলের ব্যাস = 7 সেমি

∴ ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{7}{2}$ সেমি

∴ বলটির আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$ ঘনসেমি

$= \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{3} \times \frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{7}}{\cancel{2}} \times \frac{7}{\cancel{2}} \times \frac{7}{2}$ ঘনসেমি

$= \frac{539}{3}$ ঘনসেমি = $179\frac{2}{3}$ ঘনসেমি

4 28 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট একটি নিরেট গোলক জলে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত করলে যে পরিমাণ জল অপসারিত করবে তা নির্ণয় করি।

সমাধান/ গোলকের ব্যাস = 28 সেমি

∴ ব্যাসার্ধ (r) = $\frac{\overset{14}{\cancel{28}}}{\cancel{2}}$ সেমি = 14 সেমি

∴ গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{2}{\cancel{14}} \times 14 \times 14$ ঘনসেমি

$= \frac{34496}{3}$ ঘনসেমি = $11498\frac{2}{3}$ ঘনসেমি

∴ অপসারিত জলের পরিমাণ $11498\frac{2}{3}$ ঘনসেমি।

5 কোনো গোলকাকার গ্যাস বেলুন ফোলাবার সময়ে তার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 7 সেমি থেকে 21 সেমি হলে বেলুনটির পূর্বের ও পরের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করি।

সমাধান/ গ্যাস বেলুনের ব্যাসার্ধ 7 সেমি থেকে পরিবর্তিত হয়ে 21 সেমি হল। তাহলে পূর্বে বেলুনের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi \times (7)^2$ বর্গসেমি এবং পরে বেলুনের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi \times (21)^2$ বর্গসেমি।

∴ $\frac{\text{পূর্বে বেলুনের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল}}{\text{পরে বেলুনের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল}} = \frac{4\pi \times (7)^2}{4\pi \times (21)^2} = \frac{1}{9}$

∴ বেলুনের (পূর্বের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল) : বেলুনের (পরের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল) = 1 : 9

6 অর্ধগোলাকৃতি একটি বাটি তৈরি করতে $127\frac{2}{7}$ বর্গসেমি পাত লেগেছে। বাটিটির মুখের ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

সমাধান/ মনে করি, বাটির ব্যাসার্ধ r সেমি। তাহলে, বাটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r^2$ বর্গসেমি

প্রশ্নানুযায়ী, $2\pi r^2 = 127\frac{2}{7}$

বা, $r^2 = \frac{\cancel{7}}{2 \times \underset{2}{\cancel{22}}} \times \frac{\overset{81}{\cancel{891}}}{\cancel{7}} = \frac{81}{4}$ বা, $r = \frac{9}{2}$

∴ বাটিটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য = $\left(2 \times \frac{9}{2}\right)$ সেমি = 9 সেমি

7 একটি নিরেট লোহার গোলার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 2.1 সেমি। ওই গোলাটিতে কত ঘনসেমি লোহা আছে তা হিসাব করে লিখি এবং ওই লোহার গোলার বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

সমাধান লোহার গোলার ব্যাসার্ধ (r) = 2.1 সেমি

তাহলে গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$ ঘনসেমি

= 38.808 ঘনসেমি

∴ গোলাটিতে লোহার পরিমাণ = 38.808 ঘনসেমি

গোলার বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গসেমি

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1$ বর্গসেমি = 55.44 বর্গসেমি

8 একটি নিরেট সিসার গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি। এই গোলকটি গলিয়ে 3.5 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের কতগুলি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে হিসাব করে লিখি। *[Madhyamik '94]*

সমাধান গোলকের ব্যাস = 14 সেমি

∴ ব্যাসার্ধ $(r_1) = \frac{14}{2}$ সেমি = 7 সেমি

∴ বড়ো গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r_1^3$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$ ঘনসেমি $= \frac{4312}{3}$ ঘনসেমি

ছোটো গোলকের ব্যাসার্ধ (r_2) = 3.5 সেমি

∴ ছোটো গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r_2^3$ ঘনসেমি

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$ ঘনসেমি $= \frac{539}{3}$ ঘনসেমি

∴ মোট ছোটো গোলকের সংখ্যা $= \frac{\frac{4312}{3}}{\frac{539}{3}}$ টি $= \frac{4312 \times 3}{3 \times 539}$ টি = 8টি

∴ মোট 8টি গোলক তৈরি করা যাবে।

9 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের তিনটি নিরেট তামার গোলক গলিয়ে একটি নিরেট বড়ো গোলক তৈরি করা হল। বড়ো গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি। *[Makhyamik '98, '86, '83]*

সমাধান তিনটি ছোটো গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি।

∴ গোলক তিনটির আয়তন যথাক্রমে $\frac{4}{3}\pi \times (3)^3$ ঘনসেমি, $\frac{4}{3}\pi \times (4)^3$ ঘনসেমি, $\frac{4}{3}\pi \times (5)^3$ ঘনসেমি

মনে করি, বড়ো গোলকের ব্যাসার্ধ r সেমি

∴ বড়ো গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনসেমি

প্রশ্নানুসারে, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3 + \frac{4}{3}\pi(4)^3 + \frac{4}{3}\pi(5)^3$

বা, $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi[3^3 + 4^3 + 5^3]$

বা, $r^3 = 27 + 64 + 125 = 216 = (6)^3$ বা, r = 6

∴ বড়ো গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সেমি।

10 একটি অর্ধগোলাকৃতি গম্বুজের ভূমিতলের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 42 ডেসিমি। গম্বুজটির উপরিতল রং করতে প্রতি বর্গমিটার 35 টাকা হিসাবে কত খরচ পড়বে তা হিসাব করে লিখি।

সমাধান অর্ধগোলাকৃতি গম্বুজের ব্যাস = 42 ডেসিমি

∴ গম্বুজের ব্যাসার্ধ $= \frac{42}{2}$ ডেসিমি = 21 ডেসিমি

অর্ধগোলাকৃতি গম্বুজের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 2\pi \times (21)^2$ বর্গডেসিমি

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21\right)$ বর্গডেসিমি

= 2772 বর্গডেসিমি = 27.72 বর্গমিটার

এখন 1 বর্গমিটার রং করতে খরচ পড়বে 35 টাকা

∴ 27.72 বর্গমিটার রং করতে মোট খরচ পড়বে

= (35 × 27.72) টাকা = 970.2 টাকা

11 একই ধাতুর পাত থেকে তৈরি দুটি ফাঁপা গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 21 সেমি এবং 17.5 সেমি। গোলক দুটি তৈরি করতে যে পরিমাণ ধাতুর পাত লেগেছে তার অনুপাত নির্ণয় করি।

সমাধান দুটি গোলকের ব্যাস যথাক্রমে 21 সেমি এবং 17.5 সেমি

তাহলে, গোলক দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $\frac{21}{2}$ সেমি এবং $\frac{17.5}{2}$ সেমি

∴ গোলক দুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$4\pi \times \left(\frac{21}{2}\right)^2$ বর্গসেমি ও $4\pi \times \left(\frac{17.5}{2}\right)^2$ বর্গসেমি

∴ বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $\frac{4\pi \times \left(\frac{21}{2}\right)^2}{4\pi \times \left(\frac{17.5}{2}\right)^2} = \frac{21 \times 21}{17.5 \times 17.5}$

$= \frac{3 \times 3 \times 10 \times 10}{25 \times 25} = \frac{36}{25}$

∴ গোলক দুটি তৈরি করার জন্য প্রয়োজনীয় ধাতুর পরিমাণের অনুপাত 36 : 25।

12 একটি ধাতব গোলকের উপরিতল এমনভাবে কেটে নেওয়া হল যে নতুন গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল আগের গোলকের ঠিক অর্ধেক হয়। কেটে নেওয়া অংশের আয়তনের সঙ্গে অবশিষ্ট গোলকের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করি।

সমাধান মনে করি, বড়ো গোলকের ব্যাসার্ধ R একক এবং ছোটো গোলকের ব্যাসার্ধ r একক।

∴ বড়ো গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi R^2$ বর্গএকক এবং ছোটো গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গএকক

প্রশ্নানুযায়ী, $4\pi r^2 = \frac{1}{2} \times 4\pi R^2$

বা, $r^2 = \frac{1}{2}R^2$ বা, $r = \frac{1}{\sqrt{2}}R$ বা, $\sqrt{2}r = R$ ... (i)

এখন, বড়ো গোলকের আয়তন

$= \frac{4}{3}\pi R^3$ ঘনএকক $= \frac{4}{3}\pi(\sqrt{2}r)^3$ ঘনএকক [(i) থেকে পাই]

এবং ছোটো গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

∴ অবশিষ্ট অংশের আয়তন $= \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)$ ঘনএকক

$= \frac{4}{3}\pi(2\sqrt{2} - 1) r^3$ ঘনএকক

∴ কেটে নেওয়া অংশের আয়তনের সঙ্গে অবশিষ্ট অংশের আয়তনের অনুপাত $= \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi r^3(2\sqrt{2}-1)} = \frac{1}{2\sqrt{2}-1}$

$= 1 : (2\sqrt{2} - 1)$

13 14 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ভূগোলকের অক্ষটির বক্রতলে 0.7 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুটি বৃত্তাকার ছিদ্র করা হয়েছে। ভূগোলকটির গোলাকার অংশের ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

সমাধান ভূগোলকের ব্যাসার্ধ = 14 সেমি

তাহলে, ভূগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

$= 4\pi \times (14)^2$ বর্গসেমি $= 4\pi \times 196$ বর্গসেমি

ভূগোলকের বক্রতলের ছিদ্র দুটির ব্যাসার্ধ = 0.7 সেমি

ছিদ্র দুটির মোট ক্ষেত্রফল $= 2 \times \pi\ (0.7)^2$ বর্গসেমি

$= 2\pi \times 0.49$ বর্গসেমি

∴ গোলাকার অংশের ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল

$= (4\pi \times 196 - 2\pi \times 0.49)$ বর্গসেমি

$= 2\pi\ (2 \times 196 - 0.49)$ বর্গসেমি

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 391.51$ বর্গসেমি = 2460.92 বর্গসেমি

14 **8 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি নিরেট লোহার গোলককে গলিয়ে 1 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের কয়টি নিরেট গুলি তৈরি করা যাবে হিসাব করে লিখি।** *[Madhyamik '22]*

সমাধান বড়ো লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ = 8 সেমি

তাহলে বড়ো গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(8)^3$ ঘনসেমি

আবার ছোটো গোলকের ব্যাসার্ধ = 1 সেমি

তাহলে ছোটো গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(1)^3$ ঘনসেমি

∴ মোট নিরেট গুলির সংখ্যা $= \dfrac{\frac{4}{3}\pi(8)^3}{\frac{4}{3}\pi(1)^3}$ টি = 512 টি

∴ নিরেট লোহার গোলককে গলিয়ে মোট 512টি নিরেট গুলি তৈরি করা যাবে।

15. অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (VSA) :

A বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (MCQ)

i **2r একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলকের আয়তন—** *[Madhyamik '22]*

(a) $\frac{32\pi r^3}{3}$ ঘনএকক (b) $\frac{16\pi r^3}{3}$ ঘনএকক

(c) $\frac{8\pi r^3}{3}$ ঘনএকক (d) $\frac{64\pi r^3}{3}$ ঘনএকক। **a**

ii **দুটি নিরেট গোলকের আয়তনের অনুপাত 1 : 8 হলে, তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত—**

(a) 1 : 2 (b) 1 : 4 (c) 1 : 8 (d) 1 : 16 **b**

iii **7 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল—**

(a) 588π বর্গসেমি (b) 392π বর্গসেমি

(c) 147π বর্গসেমি (d) 98π বর্গসেমি। **c**

iv **দুটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 16 : 9 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত—**

(a) 64 : 27 (b) 4 : 3 (c) 27 : 64 (d) 3:4 **a**

v **একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও 3 গুণ আয়তনের সাংখ্যমান সমান হলে, গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য—**

(a) 1 একক (b) 2 একক (c) 3 একক (d) 4 একক। **a**

সমাধান **i** গোলকের ব্যাসার্ধ 2r একক হলে,

আয়তন $= \frac{4}{3}\pi(2r)^3$ ঘনএকক $= \frac{32}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

ii মনে করি, দুটি গোলকের ব্যাসার্ধ r_1 একক এবং r_2 একক।

তাহলে তাদের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r_1^3$ ঘনএকক এবং $\frac{4}{3}\pi r_2^3$ ঘনএকক

প্রশ্নানুসারে, $\dfrac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{1}{8}$ বা, $\dfrac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

বা, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$ বা, $r_1 : r_2 = 1 : 2$

∴ বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 4\pi r_1^2 : 4\pi r_2^2 = 1 : 4$

iii অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ 7 সেমি হলে

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 3\pi(7)^2$ বর্গসেমি

$= 3 \times \pi \times 7 \times 7$ বর্গসেমি $= 147\pi$ বর্গসেমি

iv মনে করি, দুটি গোলকের ব্যাসার্ধ r_1 একক এবং r_2 একক

∴ তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $4\pi r_1^2$ বর্গএকক এবং $4\pi r_2^2$ বর্গএকক

প্রশ্নানুসারে, $\dfrac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{16}{9}$ বা, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3}$

∴ আয়তনের অনুপাত $= \dfrac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \frac{64}{27} = 64 : 27$

v মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক

তাহলে গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গএকক

এবং আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

প্রশ্নানুযায়ী, $4\pi r^2 = 3 \times \frac{4}{3}\pi r^3$ বা, r = 1

B নীচের বিবৃতিগুলি সত্য না মিথ্যা লিখি

i **একটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করলে গোলকটির আয়তন দ্বিগুণ হবে।** **মিথ্যা**

ii **দুটি অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4 : 9 হলে, তাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত হবে 2 : 3।** **সত্য**

সমাধান **i** মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক

তাহলে, আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

এখন যদি গোলকের ব্যাসার্ধ 2r একক হয়, তাহলে আয়তন

$= \frac{4}{3}\pi \times (2r)^3$ ঘনএকক $= 8 \times \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

∴ গোলকের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করলে আয়তন 8 গুণ হয়।

ii মনে করি, দুটি অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r_1 একক এবং r_2 একক

তাহলে তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $2\pi r_1^2$ বর্গএকক এবং $2\pi r_2^2$ বর্গএকক।

প্রশ্নানুযায়ী, $\dfrac{2\pi r_1^2}{2\pi r_2^2} = \frac{4}{9}$ বা, $\dfrac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

বা, $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ বা, $r_1 : r_2 = 2 : 3$

C শূন্যস্থান পূরণ করি

i **একটি তলবিশিষ্ট ঘনবস্তুর নাম ______।** **গোলক**

ii **একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমতলের সংখ্যা ______।** **একটি**

iii **একটি নিরেট অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 2r একক হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ______ πr^2 বর্গএকক।**

সমাধান **iii** অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ 2r একক হলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 3\pi \times (2r)^2$ বর্গএকক $= 12\pi r^2$ বর্গএকক

16. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (SA) :

i একটি নিরেট অর্ধগোলকের আয়তন এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান। অর্ধগোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত তা লিখি। [WBBSE Sample Question '17]

সমাধান: মনে করি, অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r একক

তাহলে, গোলকের আয়তন $= \frac{2}{3}\pi r^3$ ঘনএকক এবং

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 3\pi r^2$ বর্গএকক

প্রশ্নানুযায়ী, $\frac{2}{3}\pi r^3 = 3\pi r^2$

বা, $\frac{r^3}{r^2} = \frac{3\pi \times 3}{2\pi}$ বা, $r = \frac{9}{2} = 4.5$

∴ ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 4.5 একক।

ii একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সমান। চোঙটির উচ্চতা এবং ব্যাসের দৈর্ঘ্য উভয়েই 12 সেমি। গোলকটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।

সমাধান: চোঙের উচ্চতা = 12 সেমি এবং ব্যাসার্ধ $= \frac{12}{2}$ সেমি = 6 সেমি

∴ চোঙের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi \times 6 \times 12$ বর্গসেমি

মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ r সেমি

∴ গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গসেমি

প্রশ্নানুসারে, $4\pi r^2 = 2\pi \times 6 \times 12$

বা, $r^2 = \frac{2\pi \times 6 \times \overset{3}{\cancel{12}}}{\cancel{4\pi}} = (6)^2$ বা, $r = 6$

∴ গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সেমি।

iii একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল সমান। অর্ধগোলক এবং গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত কত তা লিখি।

সমাধান: মনে করি, অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r একক এবং গোলকের ব্যাসার্ধ R একক।

তাহলে অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 3\pi r^2$ বর্গএকক

এবং গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2$ বর্গএকক

প্রশ্নানুসারে, $3\pi r^2 = 4\pi R^2$

বা, $\frac{r^2}{R^2} = \frac{4}{3}$ বা, $\frac{r}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

∴ অর্ধগোলক এবং গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অনুপাত $2 : \sqrt{3}$

iv একটি নিরেট গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = S এবং আয়তন = V হলে, $\frac{S^3}{V^2}$-এর মান কত তা লিখি। (π-এর মান না বসিয়ে)

সমাধান: মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক

∴ গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল (S) $= 4\pi r^2$ বর্গএকক এবং

আয়তন (V) $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক

∴ $\frac{S^3}{V^2} = \frac{(4\pi r^2)^3}{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)^2} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{4} \times 4 \times \overset{\pi}{\cancel{\pi^3}} \times \cancel{r^6} \times 3 \times 3}{\cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{\pi^2} \times \cancel{r^6}} = 36\pi$

∴ $\frac{S^3}{V^2}$-এর মান 36π।

v একটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করলে বক্রতলের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পায় তা লিখি। [Madhyamik '22]

সমাধান: মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ r একক

তাহলে গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গএকক

এখন গোলকের ব্যাসার্ধ 50% বৃদ্ধি করলে নতুন ব্যাসার্ধ

$= \left(r + \frac{50}{100}r\right)$ একক $= \left(r + \frac{1}{2}r\right)$ একক $= \frac{3r}{2}$ একক

∴ নতুন বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi\left(\frac{3r}{2}\right)^2$ বর্গএকক

$= 9\pi r^2$ বর্গএকক

∴ বক্রতলের ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধির পরিমাণ

$= (9\pi r^2 - 4\pi r^2)$ বর্গএকক $= 5\pi r^2$ বর্গএকক

∴ বৃদ্ধির শতকরা পরিমাণ $= \frac{5\pi r^2}{4\pi r^2} \times \overset{25}{\cancel{100}} = 125\%$

অনুশীলনী

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি (মান-2)

1. একটি নিরেট অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 21 সেমি হলে, উহার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত? [Barrackpore Govt High School '17]
2. একটি গোলকের ঘনফল 4851 ঘনসেমি হলে, ওর ব্যাস কত? [Suniti Academy, Cooch Behar '17]
3. একটি গোলকের ব্যাস 36 ইঞ্চি। এর ঘনফল, ঘনফুটে নির্ণয় করো।
4. একটি গোলকের পৃষ্ঠতল যত বর্গএকক, এর ঘনফল তার দ্বিগুণ ঘনএকক। গোলকটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। [Madhyamik '93]
5. একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 108π বর্গসেমি হলে, অর্ধগোলকটির আয়তন কত হবে? [Ballygunge Govt High School '17]
6. একটি ঘনকের ও একটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল সমান। উহাদের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো। [JEXPO '05]
7. দুটি গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 1 : 4 হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো। [Madhyamik '20]
8. একটি গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করলে বক্রতলের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে? [Madhyamik '24]
9. একটি ফাঁপা গোলকের ঘনত্ব $\frac{4}{9}$ গ্রাম/ঘনসেমি। যদি এর অন্তঃব্যাসার্ধ ও বহিঃব্যাসার্ধ যথাক্রমে 8 সেমি ও 9 সেমি হয়, তবে এর ওজন কত? [$\pi = 3.141$ ধরে]
10. একটি নিরেট অর্ধগোলককে গলিয়ে একটি গোলক তৈরি করা হলে, তাদের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় করো। [Canning David Sasson High School '16]
11. 8 সেমি ব্যাসের একটি বড়ো গোলক গলিয়ে 4 সেমি ব্যাসের ক-টি গোলক তৈরি করা যাবে? [Metropolitan Institution (Main) '16]
12. একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল s, আয়তন v, উচ্চতা h হলে, $\frac{v}{sh}$-এর মান কত? [Burdwan Municipal High School '17]
13. একটি নিরেট তাম্রনির্মিত গোলক থেকে সর্ববৃহৎ একটি ঘনকাকৃতি ব্লক কেটে নেওয়া হল।
    (i) তাদের আয়তনের অনুপাত কত?
    (ii) তাদের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

দীর্ঘ প্রশ্নাবলি (মান-4)

14 2 সেমি ও 12 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট দুটি নিরেট গোলককে গলিয়ে, 1 সেমি পুরু ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হলে, নতুন গোলকটির বাইরের বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত? [Baranagar Narendranath Vidyamandir '16]

15 2 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট ধাতুনির্মিত একটি অর্ধগোলাকৃতি ঘনবস্তু থেকে সর্বাধিক আকারের গোলাকৃতি অংশ কেটে নেওয়া হল। প্রতি ঘনসেমি ধাতুর মূল্য 7 টাকা হলে অবশিষ্ট অংশের ধাতুর মূল্য কত? [Chakdaha Ramlal Academy (HS) '16]

16 কোনো গোলকের ব্যাসার্ধ 2 সেমি বৃদ্ধি পেলে, এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল 352 বর্গসেমি বৃদ্ধি পায়। পূর্বের ব্যাসার্ধ কত ছিল?

17 দুটি গোলকের ব্যাসার্ধের যোগফল 10 সেমি। গোলক দুটির ঘনফলের যোগফল 880 ঘনসেমি হলে তাদের ব্যাসার্ধের গুণফলের মান নির্ণয় করো। [Madhyamik '84]

18 একটি অর্ধগোলাকৃতি পাত্রের বেধ 1 সেমি ও অন্তঃব্যাস 8 সেমি। প্রতি বর্গসেমি 35 পয়সা হিসাবে ওই পাত্রের সমগ্রতল পালিশ করতে কত খরচ হবে?

19 14 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট 3 টি লোহার গোলক গলিয়ে 3.5 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট 1.6 ডেসিমি লম্বা কয়টি লৌহ দণ্ড তৈরি করা যাবে? [Madhyamik '89]

20 একটি ধাতুনির্মিত নিরেট সমকোণী চৌপলের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 16 ডেসিমি, 8 ডেসিমি এবং $5\frac{1}{2}$ ডেসিমি। ওই চৌপলটিকে গলিয়ে 4 ডেসিমি ব্যাসবিশিষ্ট কতগুলি নিরেট গোলক তৈরি করা যাবে? [Madhyamik '99]

21 1 সেমি ও 6 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 9 cm বহির্ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হলে, নতুন গোলকের অন্তর্ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। [Madhyamik '23]

22 8 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি গোলকের ওজন 18 কিলোগ্রাম। একই ধাতুতে তৈরি একটি গোলাকৃতি শেলের বহির্ব্যাস 20 সেমি এবং উহা 2 সেমি পুরু। ওই শেলটির ওজন নির্ণয় করো। [JEXPO '06]

23 3 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে সমান ঘনফলবিশিষ্ট 8টি নিরেট গোলক তৈরি করা হল। ছোটো গোলকগুলির প্রত্যেকটির ব্যাসার্ধ কত?

অতিসংক্ষিপ্ত প্রশ্নাবলি (মান-1)

24 সঠিক উত্তর নির্বাচন করো

i $\frac{r}{2}$ একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি গোলকের আয়তন হবে — [JEXPO '12]

(a) $\frac{1}{6}\pi r^3$ ঘনএকক (b) $\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘনএকক (c) $\frac{2}{3}\pi r^3$ ঘনএকক (d) $\frac{1}{3}\pi r^3$ ঘনএকক।

ii একটি ফাঁপা অর্ধগোলকের অন্তঃব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক ও বহির্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য R একক হলে, অর্ধগোলকের ভূমির ক্ষেত্রফল হবে—

(a) $\pi(R^2 + r^2)$ বর্গএকক (b) $\pi(R^2 - r^2)$ বর্গএকক (c) $\pi\left(\frac{R+r}{R-r}\right)$ বর্গএকক (d) $\pi\left(\frac{R-r}{R+r}\right)$ বর্গএকক

iii একটি অর্ধগোলকের ঘনফল v এবং ব্যাসার্ধ r হলে, r = কত? [The Park Institution '16]

(a) $\sqrt[2]{\frac{3v}{2\pi}}$ (b) $\left(\frac{3v}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ (c) $\sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}}$ (d) $\sqrt[2]{\frac{3v}{\pi}}$

iv কোনো গোলকাকার গ্যাস বেলুন ফোলানোর সময় তার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 6 সেমি থেকে 12 সেমি বৃদ্ধি হলে দুটি ক্ষেত্রে বেলুনটির বক্রতলের অনুপাত হবে —

(a) 1 : 4 (b) 1 : 3 (c) 2 : 3 (d) 2 : 1

25 শূন্যস্থান পূরণ করো

i গোলকের আয়তন হল অর্ধগোলকের আয়তনের ______ গুণ।

ii একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল একটি গোলকের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সমান। বৃত্ত ও গোলকের ব্যাসার্ধের অনুপাত = ______ ।

iii একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমতলের সংখ্যা ______ । [Madhyamik '17]

iv একটি গোলকের ব্যাসার্ধ r এবং আয়তন v হলে, v ∝ ______ । [Madhyamik '22]

v একটি অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল s ও ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ একক হলে, s = ______ ।

vi 9 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি অর্ধগোলকের আয়তনের সাংখ্যমান সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের ______ । [Sanskrit Collegiate School '17]

26 সত্য / মিথ্যা যাচাই করো

i একটি অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল 36π বর্গসেমি হলে, ব্যাসার্ধ 3 সেমি হবে। [Madhyamik '17]

ii একটি ফাঁপা গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল একই হয়।

iii একটি নিরেট অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল দ্বিগুণ হবে।

iv একই ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নিরেট গোলক ও নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের অনুপাত 2 : 1। [Madhyamik '24]

v কোনো গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তনের সাংখ্যমান সমান হলে ব্যাসার্ধ 3 একক হবে। [Madhyamik '23]

vi একটি ধাতব ফাঁপা গোলকের অন্তঃব্যাসার্ধ r একক ও বহির্ব্যাসার্ধ R একক হলে, গোলকটির আয়তন $\frac{4}{3}\pi(R^3 + r^3)$ ঘনএকক। [Nawab Bahadur's Institution '17]

vii একটি ধাতব ফাঁপা অর্ধগোলকের অন্তঃব্যাসার্ধ r একক ও বহির্ব্যাসার্ধ R একক হলে, গোলকটির ধাতুপাত (R − r) একক পুরু।

viii দুটি গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে r_1 একক ও r_2 একক হলে, তাদের আয়তনের অনুপাত হবে $r_1^3 : r_2^3$ ।

উত্তরমালা

1. 4158 বর্গসেমি; **2.** 21 সেমি; **3.** $4\frac{1}{2}\pi$ ঘনফুট; **4.** 6 একক; **5.** 144π ঘনসেমি; **6.** $\sqrt{11} : \sqrt{21}$; **7.** 1 : 8; **8.** 300; **9.** 403.91 গ্রাম (প্রায়); **10.** $(2)^{\frac{1}{3}} : 1$; **11.** 8টি; **12.** $\frac{2}{9}$; **13.** (i) $11\sqrt{3} : 7$, (ii) 11 : 7; **14.** $1018\frac{2}{7}$ বর্গসেমি; **15.** 11 টাকা; **16.** 6 সেমি; **17.** $26\frac{1}{3}$; **18.** 100.10 টাকা; **19.** 7টি; **20.** 21 টি; **21.** 8 সেমি; **22.** 137.25 কিলোগ্রাম; **23.** 1.5 সেমি; **24.** (i) (a), (ii) (b), (iii) (b), (iv) (a); **25.** (i) 2, (ii) 2 : 1, (iii) 1, (iv) r^3, (v) 3, (vi) 2 গুণ; **26.** (i) মিথ্যা, (ii) মিথ্যা, (iii) মিথ্যা, (iv) মিথ্যা, (v) সত্য, (vi) মিথ্যা, (vii) সত্য, (viii) সত্য।